LABORATORIUM MANAJEMEN MENENGAH

Riset Operasional 2

Buku Seri Praktikum

2024

UNIVERSITAS GUNADARMA

KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadirat Allah SWT karena atas berkat rahmat-Nya yang telah dilimpahkan kepada penulis, sehingga Modul Riset Operasional 2 ini telah berhasil kami selesaikan sehingga dapat disajikan pada mahasiswa/i dan dapat menjadi sumber ilmu yang dapat dipahami oleh mahasiswa/i ataupun pembacanya.

Riset operasional merupakan cabang interdisiplin dari matematika terapan dan sains formal yang menggunakan model-model seperti model matematika, statistika, dan algoritma untuk mendapatkan nilai optimal atau nyaris optimal pada sebuah masalah yang kompleks. Riset Operasional merupakan suatu metode/teknik/peralatan/cara manajemen yang digunakan oleh seorang manajer untuk menyelesaikan masalah-masalah yang sering muncul dalam kegiatan seharihari. Riset operasional biasanya digunakan untuk mencari nilai maksimal (profit, performa lini perakitan, hasil panen, *bandwidth*, dll) atau nilai minimal (kerugian, risiko, biaya, dll) dari sebuah fungsi objektif. Sehingga akhirnya permasalahan tersebut dapat dipecahkan secara optimal.

Untuk memudahkan penyelesaian masalah yang ada, modul ini juga dilengkapi dengan cara penggunaan aplikasi *Win Quantitative System for Business* (WinQSB) sebagai *software* yang digunakan untuk mengurangi kesalahan perhitungan secara manual.

Akhir kata, semoga modul praktikum ini dapat memberikan manfaat bagi pembaca. Kritik dan saran sangat kami harapkan demi pengembangan modul ini di masa yang akan datang.

Depok, Maret 2024

Tim Penyusun

DAFTAR ISI

LABORATORIUM MANAJEMEN MENENGAH

BAB 1

Teori Antrian

UNIVERSITAS GUNADARMA

BAB I

TEORI ANTRIAN

Deskripsi Modul

Teori antrian adalah teori-teori yang menyangkut studi matematis dari barisan atau barisan pengguna. Antrian ini terjadi apabila kebutuhan akan suatu pelayanan melebihi kapasitas yang tersedia untuk menyelenggarakan pelayanan itu, sehingga pelanggan (*customer*) yang datang tidak segera mendapatkan pelayanan. Dalam kehidupan sehari-hari kejadian ini sering ditemukan. Misalnya seperti terjadi pada loket pembayaran, loket bioskop, loket kereta api, loket *teller* bank, pada dermaga pelabuhan, telepon jarak jauh, tempat praktek dokter, pompa minyak, pada pelanggan restoran yang menunggu pesanan, kedatangan pesanan barang di gudang, dan lain-lain.

Tujuan Modul

Setelah menyelesaikan praktikum pada modul ini, praktikan akan memahami:

1) Konsep dalam menentukan Model Keputusan Antrian.
2) Jenis-jenis biaya yang timbul dari sistem antrian.
3) Pengaplikasian model-model antrian.

Penjelasan Materi

1.1 Sejarah Teori Antrian

Teori antrian pertama kali dikemukankan oleh A. K. Erlang, seorang ahli matematika bangsa Denmark pada tahun 1913 dalam bukunya *Solution of Some Problemin the Theory of Probability of Significance in Automatic Telephone Exchange*. Saat ini teori antrian banyak diterapkan dalam bidang bisnis (bank, supermarket), industri (pelayanan mesin otomatis, penyimpanan), transportasi (pelabuhan udara, pelabuhan laut, jasa-jasa pos) dan masih banyak masalah sehari-hari yang lain.

Analisis antrian memberikan informasi probabilitas yang dinamakan *operation characteristics*, yang dapat membantu pengambil keputusan dalam merancang fasilitas pelayanan antrian untuk mengatasi permintaan pelayanan yang fluktuatif secara *random* dan menjaga keseimbangan antara biaya pelayanan dan biaya menunggu.

Contoh masalah antrian yang kita temui sehari-hari:

1) Pada waktu membayar karcis tol dalam perjalanan ke kantor.
2) Mengambil uang di bank.
3) Berbelanja di pasar swalayan.
4) Membeli karcis kereta api.
5) Memasuki stadion sewaktu menonton pertandingan olahraga.

1.2 Tujuan Antrian

Merancang fasilitas pelayanan untuk mengatasi permintaan pelayanan yang berfluktuasi secara *random* dan menjaga keseimbangan antara biaya (waktu nganggur) pelayanan dan biaya (waktu) yang diperlukan selama antri.

1.3 Elemen Sistem Antrian

Elemen sistem antrian merupakan komponen yang merupakan bagian atau anggota dari sistem antrian, yaitu:

1. Pelanggan

   Pelanggan adalah orang atau barang yang menunggu untuk dilayani.
2. Pelayan

   Pelayan adalah orang atau sesuatu yang memberikan pelayanan.
3. Antrian

   Antrian merupakan kumpulan pelanggan yang menunggu untuk dilayani.

1.4 Karakteristik Antrian

Karakteristik yang dapat dilihat dari suatu sistem antrian antara lain:

1. Distribusi kedatangan (kedatangan tunggal atau kelompok).

   Distribusi kedatangan dari pelanggan dapat dilihat dari waktu antar kedatangan 2 pelanggan yang berurutan (*interarrival time*).
2. Distribusi waktu pelayanan (pelayanan tunggal atau kelompok).

   Distribusi pelayanan dapat bersifat deterministik maupun stokastik. Waktu pelayanan yang sifatnya tetap disebut deterministik. Sedangkan yang tidak tetap atau acak disebut stokastik.
3. Rancangan sarana pelayanan (stasiun serial, paralel atau jaringan).

   Pada rancangan sarana pelayanan ini, didalamnya termasuk juga jumlah *server* (pelanggan) yang dimiliki oleh sistem pelayanan.
4. Peraturan pelayanan dan prioritas pelayanan.

   Peraturan yang dimaksud adalah prosedur yang dapat digunakan oleh para pelayan untuk memutuskan urutan pelanggan yang dilayani dari antrian.
5. Ukuran antrian (terhingga atau tidak terhingga).

   Ukuran antrian artinya jumlah maksimum pelanggan yang diizinkan berada dalam sistem pelayanan (dalam antrian dan dalam pelayanan).
6. Sumber pemanggilan (terhingga atau tidak terhingga).

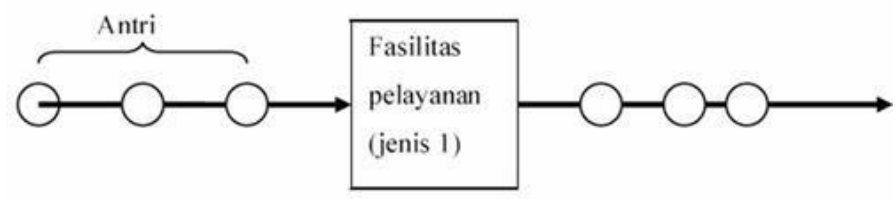
   Ukuran sumber pemanggilan merupakan ukuran populasi yang potensial untuk menjadi pelanggan (*calling population*).
7. Perilaku manusia (perpindahan, penolakan, atau pembatalan).

1.5 Struktur Antrian

Ada 4 model struktur antrian dasar yang umum terjadi dalam seluruh sistem antrian:

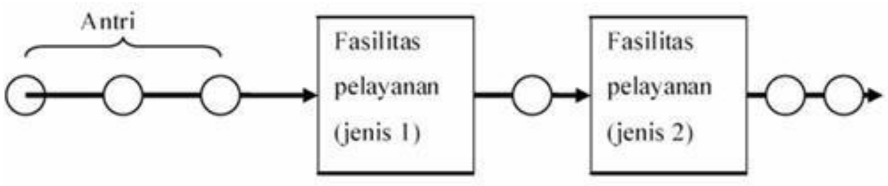
1. *Single Channel – Single Phase*

   Single Channel berarti hanya ada satu jalur yang memasuki sistem pelayanan atau ada satu fasilitas pelayanan. *Single Phase* berarti hanya ada satu pelayanan.



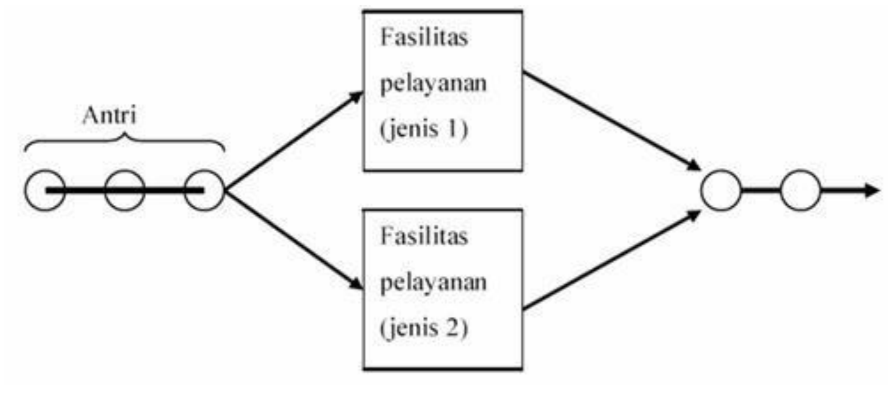
2. *Single Channel – Multi Phase*

   Istilah *Multi Phase* menunjukkan ada dua atau lebih pelayanan yang dilaksanakan secara berurutan (dalam *phasephase*). Sebagai contoh: pencucian mobil.



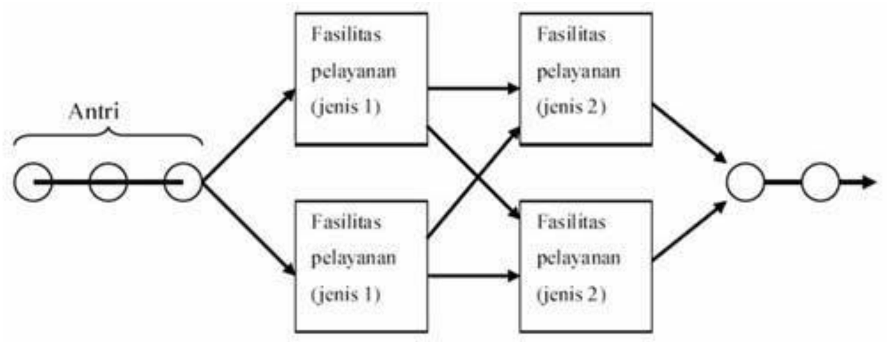
3. *Multi Channel – Single Phase*

   Sistem *Multi Channel – Single Phase* terjadi kapan saja dimana ada dua atau lebih fasilitas pelayanan dialiri oleh antrian tunggal, sebagai contoh model ini adalah antrian pada *teller* sebuah bank.



4. *Multi Channel – Multi Phase*

   Sistem *Multi Channel – Multi Phase* ini mempunyai beberapa fasilitas pelayanan pada setiap tahapnya sehingga lebih dari satu individu dapat dilayani pada suatu waktu. Sebagai contoh, herregistrasi para mahasiswa di universitas, pelayanan kepada pasien di rumah sakit mulai dari pendaftaran, diagnosa, penyembuhan sampai pembayaran.



1.6 Aturan Teori Antrian

Ada 5 macam disiplin antrian:

1. FIFO (*First In First Out*) / FCFS (*First Come First Served*): Pelayanan disesuaikan dengan urutan kedatangan, individu yang pertama datang, maka akan dilayani terlebih dahulu.
2. LIFO (*Last In First Out*) / LCFS (*Last Come First Served*): Individu yang terakhir datang, akan dilayani terlebih dahulu (berupa tumpukan).
3. SIRO (*Service In Random Order*): Pelayanan dilakukan secara *random* atau acak. Contoh: pelayanan di toko yang tidak punya jalur antrian.
4. SOT (*Shortest Operating Time*) / SPT (*Shortest Processing Time*): Pelayanan yang membutuhkan waktu paling cepat akan dilayani dahulu.
5. PR (*Priority*): Mendahulukan pelayanan pada individu dengan prioritas tertentu.

1.7 Model-Model Antrian

Dalam mengelompokan model-model antrian yang berbeda-beda akan digunakan suatu notasi yang disebut *kendall's notation*. Notasi ini sering dipergunakan karena beberapa alasan.

Pertama, karena notasi tersebut merupakan alat yang efesien untuk mengidentifikasi tidak hanya model-model antrian, tapi juga asumsi-asumsi yang harus dipenuhi.

Dibawah ini adalah model-model yang digunakan dalam antrian:

a) M/M/1/I/I

b) M/M/S/I/I

c) M/M/1/I/F

d) M/M/S/F/I

Penjelasan notasi-notasi pada model-model diatas:

- Tanda pertama notasi selalu menunjukkan distribusi tingkat kedatangan. Dalam hal ini, M menunjukkan tingkat kedatangan mengikuti suatu distribusi probabilitas *poisson*.
- Tanda kedua menunjukkan distribusi tingkat pelayanan. Lagi, M menunjukkan bahwa tingkat pelayanan mengikuti distribusi probabilitas *poisson*.
- Tanda ketiga menunjukkan jumlah fasilitas pelayanan (*channels*) dalam *system*. Model diatas adalah model yang mempunyai fasilitas pelayanan tunggal.

1.8 Aplikasi Model Antrian

1. Tingkat kegunaan (*Utility* / U)

$$U = \frac{\lambda}{\mu}$$

2. Jumlah individu rata-rata dalam sistem (L)

$$L = \frac{\lambda}{\mu - \lambda}$$

3. Jumlah individu rata-rata dalam antrian (Lq)

$$LQ = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)}$$

4. Waktu rata-rata dalam sistem (W)

$$W = \frac{1}{\mu - \lambda}$$

5. Waktu rata-rata dalam antrian (Wq)

$$WQ = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)}$$

6. Probabilitas jumlah individu dalam sistem Untuk pelanggan ke- …

   $$Pn = \left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right)\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n$$

   Untuk adanya … Pelanggan

   $$\sum_{n=0}^{\infty} Pn = \left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right)\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n$$

Keterangan:

λ	: Tingkat kedatangan rata-rata (unit/jam)
1/ λ	: Waktu antar kedatangan rata-rata (jam/unit)
μ	: Tingkat pelayanan rata-rata (unit/jam)
1/ μ	: Waktu pelayanan rata-rata (jam/unit)
Lq	: Jumlah individu rata-rata dalam antrian (unit)
L	: Jumlah individu rata-rata dalam *system* (unit)
Wq	: Waktu rata-rata dalam antrian (jam)
W	: Waktu rata-rata dalam *system* (jam)
Pn	: Probabilitas jumlah n individu dalam *system* (frekuensi relatif)
P	: Tingkat kegunaan fasilitas pelayanan (rasio)

Contoh Soal

Tingkat kedatangan pelanggan pada “AXISMART” adalah 10 orang/15menit, sedangkan pelayanannya memerlukan waktu rata-rata 50 orang/jam. Bila tingkat kedatangan pelanggan mengikuti distribusi *poisson* dan tingkat pelayanan mengikuti distribusi eksponensial, maka tentukan:

a. Tingkat kegunaan bagian pelayanan
b. Jumlah pelanggan rata-rata dalam *system*
c. Jumlah pelanggan rata-rata dalam antrian
d. Waktu rata-rata dalam antrian
e. Waktu rata-rata dalam *system*
f. Probabilitas adanya pelanggan ke-20 dalam *system*
g. Probabilitas untuk adanya 3 pelanggan dalam *system*

Jawaban

$$\lambda = 10 \text{orang}/15 \text{menit}$$
$$= 40 \text{ orang/jam}$$
$$\mu = 50 \text{ orang/jam}$$

a. Tingkat kegunaan

$$U = \frac{\lambda}{\mu}$$
$$= \frac{40}{50} = 0{,}8 = 80\%$$

Bahwa AXISMART akan sibuk melayani pelanggan selama 80% dari waktunya, sedangkan 20% dari waktunya (1-p) menganggur.

b. Jumlah pelanggan rata-rata dalam *system*

$$L = \frac{\lambda}{\mu - \lambda}$$
$$= \frac{40}{50 - 40}$$
$$= \frac{40}{10} = 4 \; orang$$

Angka 4 menunjukkan bahwa pegawai dapat mengharapkan 4 pelanggan yang berada dalam *system*.

c. Jumlah pelanggan rata-rata dalam antrian

$$LQ = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)}$$
$$= \frac{40^2}{50(50 - 40)} = 3{,}2 \; orang = 3 \; orang$$

Jadi, pelanggan yang menunggu untuk dilayani dalam antrian sebanyak 3 pelanggan.

d. Waktu rata-rata dalam antrian

$$WQ = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)}$$
$$= \frac{40}{50(50 - 40)} = 0{,}08 \; jam = 4{,}8 \; menit$$

Jadi, waktu rata-rata pelanggan menunggu dalam antrian selama 4,8 menit.

e. Waktu rata-rata dalam *system*

$$W = \frac{1}{\mu - \lambda}$$

$$= \frac{1}{50-40} = 0{,}1\ jam = 6\ menit$$

Jadi, waktu rata-rata pelanggan menunggu dalam *system* selama 6 menit.

f. Probabilitas adanya pelanggan ke-20 dalam *system*

$$Pn = \left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right)\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{n}$$

$$P20 = \left(1 - \frac{40}{50}\right)\left(\frac{40}{50}\right)^{20}$$

$$= \left(\frac{10}{50}\right)(0{,}01153)^{20} = 0{,}002306$$

Jadi, probabilitas adanya pelanggan ke-20 dalam *system* adalah 0,002306.

g. Probabilitas untuk adanya 3 pelanggan dalam *system*

$$Pn = \left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right)\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{n}$$

$$P0 = \left(1 - \frac{40}{50}\right)\left(\frac{40}{50}\right)^{0}$$

$$= \left(\frac{10}{50}\right)(1) = 0{,}2$$

$$P1 = \left(1 - \frac{40}{50}\right)\left(\frac{40}{50}\right)^{1}$$

$$= \left(\frac{10}{50}\right)(0{,}8) = 0{,}16$$

$$P2 = \left(1 - \frac{40}{50}\right)\left(\frac{40}{50}\right)^{2}$$

$$= \left(\frac{10}{50}\right)(0{,}64) = 0{,}128$$

$$P3 = \left(1 - \frac{40}{50}\right)\left(\frac{40}{50}\right)^{3}$$

$$= \left(\frac{10}{50}\right)(0{,}512) = 0{,}1024$$

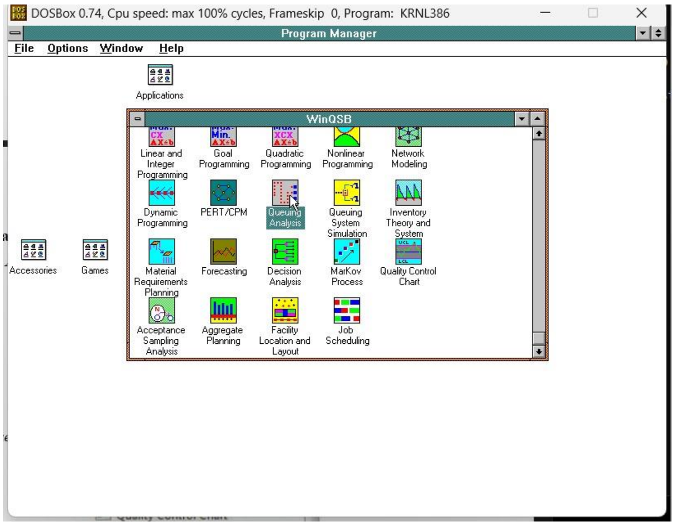
$$\sum Pn = P_0 + P_1 + P_2 + P_3$$

$$= 0{,}2 + 0{,}16 + 0{,}128 + 0{,}1024 = 0{,}5904$$

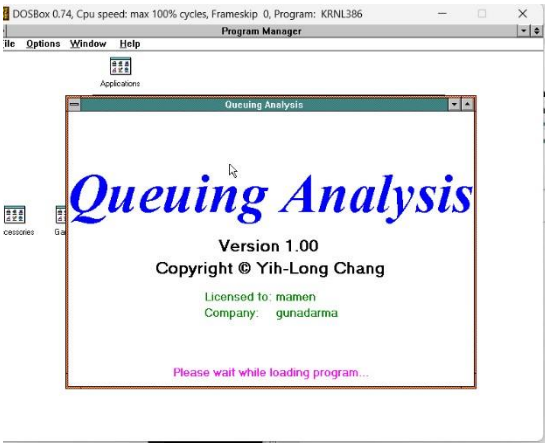
Jadi, probabilitas adanya 3 pelanggan dalam *system* adalah 0,5904.

Penggunaan *Software*

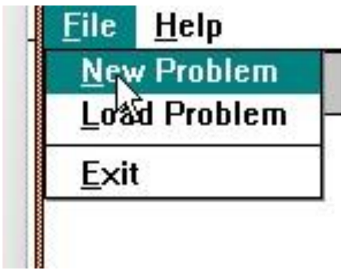
1. *Start* -> *all program* -> WinQSB
2. Pilih *Queuing Analysis*



3. Tampilan awal saat program dijalankan

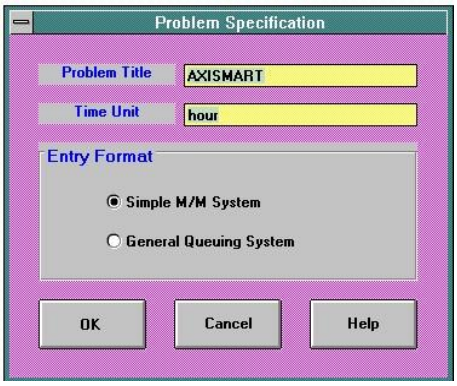


4. Untuk memulai, pilih menu *File* -> *New Problem*



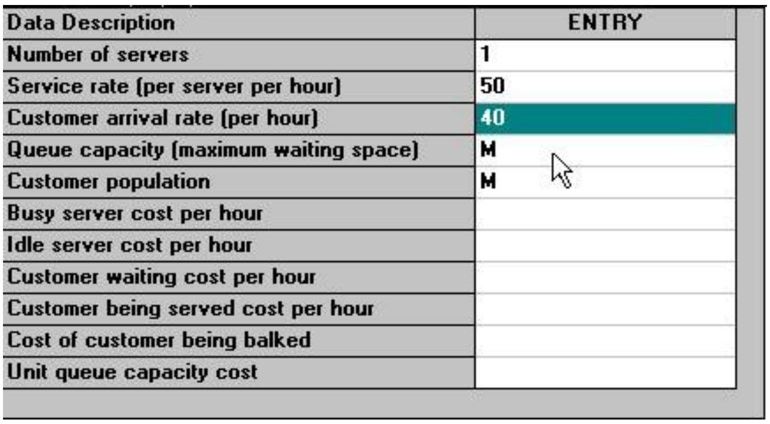
5. Pada form *Problem Specification,* masukkan:

- *Problem Title* = AXISMART (disesuaikan dengan soal)
- *Time unit* (satuan yang digunakan) = *hour*
- Pilih *Simple M/M System* pada *Entry* Format
- Klik OK untuk melanjutkan



6. Masukkan:

- *Number of server* = 1
- *Costumer arrival rate* (lambda) = 40
- *Service rate* (μ) = 50
- Isikan *Queue Capacity* = M (menandakan kapasitas Antrian tidak terbatas <*infinity*>)
- *Costumer Population* = M (menandakan banyaknya pelanggan tidak terbatas <*infinity*>)



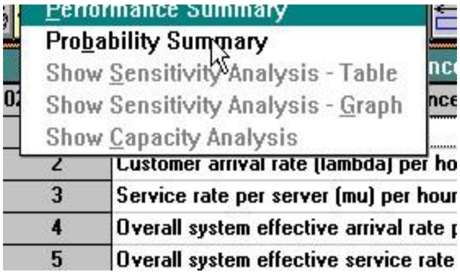
Data Description	ENTRY
Number of servers	1
Service rate (per server per hour)	50
Customer arrival rate (per hour)	40
Queue capacity (maximum waiting space)	M
Customer population	M
Busy server cost per hour	
Idle server cost per hour	
Customer waiting cost per hour	
Customer being served cost per hour	
Cost of customer being balked	
Unit queue capacity cost	

7. Untuk melakukan *problem solving*, pilih menu *Solve and Analyze* -> *Solve the Performance*

8. Hasil akhir dari *problem solving*:
   - Tingkat Kegunaan (U) *Overall system utilization* = 80,00% (0,80)
   - Jumlah Pelanggan Rata-rata Dalam Sistem (L) = 4
   - Jumlah Pelanggan Rata-rata Dalam Antrian (Lq) = 3,2 • Waktu Rata-rata Dalam Sistem (W) = 0,1000 *hours*
   - Waktu Rata-rata Dalam Antrian (Wq) = 0,0800 *hours*
   - Kemungkinan Semua Loket Menganggur (P0) = 20% (0,20)
   - Kemungkinan Kedatangan Pelanggan Menunggu (Pw) = 80% (0,80)

03-02-2023	Performance Measure	Result
1	System: M/M/1	From Formula
2	Customer arrival rate (lambda) per hour =	40.0000
3	Service rate per server (mu) per hour =	50.0000
4	Overall system effective arrival rate per hour =	40.0000
5	Overall system effective service rate per hour =	40.0000
6	Overall system utilization =	80.0000 %
7	Average number of customers in the system (L) =	4.0000
8	Average number of customers in the queue (Lq) =	3.2000
9	Average number of customers in the queue for a busy system (Lb) =	4.0000
10	Average time customer spends in the system (W) =	0.1000 hours
11	Average time customer spends in the queue (Wq) =	0.0800 hours
12	Average time customer spends in the queue for a busy system (Wb) =	0.1000 hours
13	The probability that all servers are idle (Po) =	20.0000 %
14	The probability an arriving customer waits (Pw or Pb) =	80.0000 %
15	Average number of customers being balked per hour =	0
16	Total cost of busy server per hour =	$0
17	Total cost of idle server per hour =	$0
18	Total cost of customer waiting per hour =	$0
19	Total cost of customer being served per hour =	$0
20	Total cost of customer being balked per hour =	$0
21	Total queue space cost per hour =	$0
22	Total system cost per hour =	$0

9. Untuk menghitung probabilitas adanya pelanggan ke-20 dalam *system.* Pilih menu *Result -> Probability Summary.*



10. Hasil perhitungan kemungkinan adanya pelanggan ke-20, pada kolom *Estimated Probability of n Costumers in the System* cari n ke-20. Itulah kemungkinan adanya pelanggan ke-20 yaitu sebesar 0,0023.

03-02-2023 17:51:49 n	Estimated Probability of n Customers in the System	Cumulative Probability
0	0.2000	0.2000
1	0.1600	0.3600
2	0.1280	0.4880
3	0.1024	0.5904
4	0.0819	0.6723
5	0.0655	0.7379
6	0.0524	0.7903
7	0.0419	0.8322
8	0.0336	0.8658
9	0.0268	0.8926
10	0.0215	0.9141
11	0.0172	0.9313
12	0.0137	0.9450
13	0.0110	0.9560
14	0.0088	0.9648
15	0.0070	0.9719
16	0.0056	0.9775
17	0.0045	0.9820
18	0.0036	0.9856
19	0.0029	0.9885
20	0.0023	0.9908
21	0.0018	0.9926
22	0.0015	0.9941
23	0.0012	0.9953
24	0.0009	0.9962

11. Untuk menghitung adanya 3 pelanggan dalam sistem perhatikan kolom *Cumulative Probability*. Cari n ke yaitu sebesar 0,5904.

Latihan Soal

1. Tingkat kedatangan pelanggan pada DM *Cake's* adalah 56 orang/jam, sedangkan pelayanannya memerlukan waktu rata-rata 80 orang/jam. Bila tingkat kedatangan pelanggan mengikuti distribusi *poisson* dan tingkat pelayanan mengikuti distribusi eksponensial, maka tentukan:
   a. Tingkat kegunaan bagian pelayanan
   b. Jumlah pelanggan rata-rata dalam *system*
   c. Jumlah pelanggan rata-rata dalam antrian
   d. Waktu rata-rata dalam antrian
   e. Waktu rata-rata dalam *system*
   f. Probabilitas adanya pelanggan ke-15 dalam *system*
   g. Probabilitas untuk adanya 4 pelanggan dalam *system*

2. Tingkat kedatangan pelanggan pada *Café* Berlin adalah 60 orang/jam, sedangkan pelayanannya memerlukan waktu rata-rata 80 orang/jam. Bila tingkat kedatangan pelanggan mengikuti distribusi *poisson* dan tingkat pelayanan mengikuti distribusi eksponensial, maka tentukan:
   a. Tingkat kegunaan bagian pelayanan
   b. Jumlah pelanggan rata-rata dalam *system*
   c. Jumlah pelanggan rata-rata dalam antrian
   d. Waktu rata-rata dalam antrian
   e. Waktu rata-rata dalam *system*
   f. Probabilitas adanya pelanggan ke-20 dalam *system*
   g. Probabilitas untuk adanya 3 pelanggan dalam *system*

3. Tingkat kedatangan pengunjung pada Festival Musik adalah 30 orang/jam, sedangkan pelayanannya memerlukan waktu rata-rata 60 orang/jam. Bila tingkat kedatangan pelanggan mengikuti distribusi *poisson* dan tingkat pelayanan mengikuti distribusi eksponensial, maka tentukan:
   a. Tingkat kegunaan bagian pelayanan
   b. Jumlah pelanggan rata-rata dalam *system*
   c. Jumlah pelanggan rata-rata dalam antrian
   d. Waktu rata-rata dalam antrian
   e. Waktu rata-rata dalam *system*
   f. Probabilitas adanya pelanggan ke-10 dalam *system*
   g. Probabilitas untuk adanya 5 pelanggan dalam *system*

LABORATORIUM MANAJEMEN MENENGAH

BAB 2

Program Evaluation & Review Technique

UNIVERSITAS GUNADARMA

BAB II

PROGRAM EVALUATION AND REVIEW TECHNIQUE

Deskripsi Modul

PERT menjelaskan tentang pembuatan *network* yang berisi tentang pemahaman komponen-komponen, analisa *network* dan hal yang perlu diperhatikan dalam analisa *network*, serta distribusi probabilitas beta sehingga dapat melakukan penjadwalan setiap kegiatan-kegiatan.

Tujuan Modul

Setelah menyelesaikan praktikum pada modul ini, praktikan akan memahami:

1. Komponen-komponen utama untuk membuat jaringan
2. Hal-hal yang perlu diperhatikan dalam pembuatan jaringan
3. Asumsi-asumsi yang digunakan dalam PERT
4. Dapat melakukan penjadwalan kegiatan

Penjelasan Materi

2.1 Pendahuluan

Konsep *network* ini mula–mula disusun oleh perusahaan jasa konsultan manajemen Boaz, Allen, dan Hamilton yang disusun untuk perusahaan pesawat terbang Lockheed. Kebutuhan penyusunan *network* ini dirasakan karena perlu adanya koordinasi dan pengurutan kegiatan-kegiatan pabrik yang kompleks, yang saling berhubungan dan saling bergantung satu sama lain. Hal ini dilakukan agar perencanaan dan pengawasan semua kegiatan itu dapat dilakukan secara sistematis, sehingga dapat diperoleh efisiensi kerja.

Masalah penjadwalan, perencanaan, dan pengawasan suatu proyek dari segi waktu biasanya dianalisis dengan salah satu model jaringan yang dinamakan *Critical Path Method* (CPM) atau *Program Evaluation and Review Technique* (PERT). CPM dan PERT pada dasarnya serupa, bedanya CPM adalah teknik *deterministic*, sedangkan PERT bersifat probabilistik. Pada teknik deterministik, waktu kegiatan diasumsikan diketahui dengan pasti sehingga merupakan nilai tunggal, sedangkan pada PERT waktu kegiatan merupakan variabel *random* yang memiliki distribusi probabilistik.

Salah satu tujuan dari analisis CPM atau PERT adalah untuk menentukan waktu terpendek yang diperlukan untuk merampung proyek atau menentukan *critical path*, yaitu jalur dalam jaringan yang membutuhkan waktu penyelesaian paling lama. Kegiatan-kegiatan yang dilewati *critical path* dinamakan kegiatan kritis. Keterlambatan penyelesaian salah satu kegiatan ini akan menyebabkan keterlambatan penyelesaian proyek.

2.2 Pengertian PERT

Menurut Heizer dan Render (2014:101), PERT merupakan teknik manajemen proyek yang meggunakan tiga perkiraan waktu untuk setiap aktivitas. PERT dapat membantu para manajer melakukan penjadwalan, pemantauan, serta pengendalian proyek-proyek besar dan kompleks.

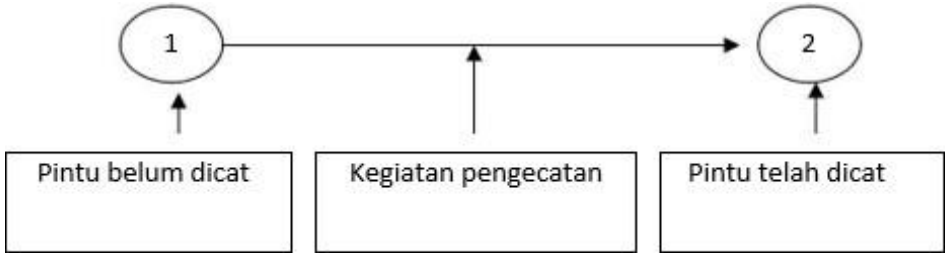
Menurut Levin dan Kirkpatrick (1977:11), PERT merupakan suatu metode yang bertujuan sebanyak mungkin mengurangi adanya penundaan maupun gangguan dan konflik produksi; mengkoordinasikan dan mensinkronisasikan berbagai bagian sebagai suatu keseluruhan pekerjaan; dan mempercepat selesainya proyek.

2.3 Pembuatan *Network*

Model Jaringan tersusun atas beberapa komponen utama:

1. **Kegiatan (*activity*)** adalah suatu pekerjaan atau tugas dimana penyelesaiannya memerlukan periode waktu, biaya, serta fasilitas tertentu. Biasanya diberi simbol anak panah.
2. **Peristiwa *(event)***, yaitu permulaan atau akhir suatu kegiatan. Biasanya peristiwa digambarkan dengan suatu lingkaran atau *nodes*.
3. **Kegiatan semu *(dummy),*** yaitu kegiatan yang tidak nyata. Suatu *dummy activity* tidak memakan waktu dan sumber daya. Jadi, waktu kegiatan dan biaya sama dengan nol.

Sebagai contoh yang menunjukan hubungan antara *events* dengan *activities* ini adalah pekerjaan mengecat pintu. *Event* pertama adalah pintu masih kotor belum dicat, kemudian dilakukan kegiatan pengecatan, dan akhirnya setelah kegiatan pengecatan selesai kita peroleh *event* kedua, yaitu pintu telah di cat. Untuk lebih jelasnya, contoh ini dapat dilihat pada gambar 2.1 berikut:



Adapun, kegunaan dari kegiatan semu antara lain:

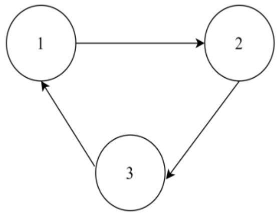
Untuk menghindari terjadinya dua kejadian yang dihubungkan oleh lebih dari satu kegiatan. Dengan asumsi sebelumnya yang dikatakan bahwa *network* hanya dimulai dari satu kejadian awal yang sebelumnya tidak ada pekerjaan yang mendahuluinya, terkadang harus ditambahkan satu kejadian semu pada awal suatu *network*, satu kejadian semu pada akhir *network*, dan kegiatan-kegiatan semu yang menghubungkan kejadian awal atau akhir dengan kejadian-kejadian di dalam *network* apabila *network* dimulai atau diakhiri oleh beberapa kejadian. Kegunaan *dummy activities* itu untuk menunjjukan urut-urutan pekerjaan secara tepat.

2.4 Hal yang Harus Diperhatikan dalam Analisa *Network*

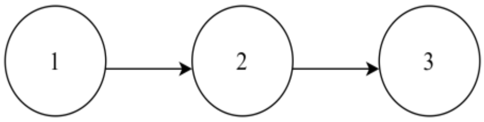
Untuk bisa melakukan analisa *network*, kita harus memperhatikan hal-hal berikut**:**

1. Sebelum suatu kegiatan dimulai, semua kegiatan yang mendahuluinya harus selesai dikerjakan.
2. Gambar anak panah hanya sekedar menunjukan urutan-urutan di dalam mengerjakan pekerjaan saja. Panjang anak panah dan arahnya tidak menunjukan letak dari pekerjaan.

3. *Nodes* (lingkaran yang menunjukan kejadian) diberi nomor sedemikian rupa sehingga tidak terdapat *nodes* yang mempunyai nomor sama. Untuk menghindari arah anak panah yang berulang kembali (lihat gambar 2.2a), biasanya nomor yang lebih kecil diletakan pada awal anak panah, sedangkan pada akhir anak panah diberi nomor lebih besar (lihat gambar 2.2b).



Gambar 2.2a



Gambar 2.2b

4. Dua buah kejadian (*events*) hanya bisa dihubungkan oleh satu kegiatan (anak panah).
5. *Network* hanya dimulai dari satu kejadian awal (*initial event*) yang sebelumnya tidak ada pekerjaan yang mendahuluinya. Disamping itu, *network* diakhiri oleh satu kejadian saja (*terminal event*).

2.5 Distribusi Probabilitas Beta

Seringkali waktu penyelesaian kegiatan tidak diketahui dengan pasti atau merupakan variabel acak (*random*), maka diperlukan asumsi tertentu tentang bentuk distribusi waktu penyelesaian kegiatan. Bentuk probabilistik waktu penyelesaian kegiatan tersebut dapat menggunakan **distribusi beta**.

Setiap kegiatan diasumsikan memberikan tiga kemungkinan waktu penyelesaian, yaitu:

1. *Optimistic time* (a) ialah waktu terpendek untuk menyelesaikan kegiatan. Probabilitas waktu penyelesaian lebih pendek dan waktu ini sangat kecil.
2. *Most likely time* (m) ialah waktu yang paling mungkin untuk menyelesaikan kegiatan.
3. *Pessimistic time* (b) ialah waktu terlama untuk menyelesaikan kegiatan.
   Probabilitas waktu penyelesaian lebih panjang dari waktu ini sangat kecil.

PERT mengasumsikan bahwa penyelesaian kegiatan mengikuti distribusi beta dengan rata-rata (*tij*) dan varian (*vij*) seperti berikut:

$$tij = \frac{a_{ij} + 4m_{ij} + b_{ij}}{6}$$

$$vij = \left(\frac{b_{ij} - a_{ij}}{6}\right)^2$$

PERT juga mengasumsikan bahwa waktu kegiatan adalah independen secara *statistic* sehingga rata-rata dan varian waktu-waktu kegiatan itu dapat dijumlahkan untuk menghasilkan rata-rata dan varian waktu penyelesaian proyek. PERT juga mengasumsikan bahwa rata-rata dan varian waktu penyelesaian proyek mengikuti distribusi normal.

2.6 Penjadwalan Kegiatan

Analisis PERT juga bertujuan menentukan jadwal kegiatan yang dapat menerangkan kapan kegiatan ini dimulai dan berakhir. Penjadwalan itu juga dapat menentukan *critical path* (sekaligus waktu minimum yang diperlukan untuk menyelesaikan proyek dan kegiatan apa saja yang dapat ditunda dan berapa lama).

1. ***Earliest Time* (ET):** Waktu minimum yang diperlukan untuk menyelesaikan proyek.

   ***Earliest Time* (ETj) = Maks {ETj + tij}**

2. ***Latest Time* (LT):** Waktu terakhir (paling lama) suatu *event* dapat direalisasikan tanpa menunda waktu penyelesaian proyek.

   ***Latest Time* (LTi) = Min {LTj – tij}**

3. ***Slack* Kegiatan (S)*:*** Waktu dimana suatu kegiatan dapat ditunda tanpa mempengaruhi penyelesaian proyek dengan waktu minimum atau waktu longgar aktivitas, yang sama dengan (LT – ET).

   (Sij) = LTj – Eti – tij

Contoh Soal

Di bawah ini adalah waktu perbaikan jalan di Depok

Kegiatan	Kegiatan Sebelumnya	a_{ij}	m_{ij}	b_{ij}	t_{ij}	v_{ij}
A	-	9	10	11		
B	A	10	11	12		
C	A	10	12	14		
D	A	10	13	16		
E	B, C, D	12	15	18		
F	B, C, D	11	12	13		
G	E	12	14	16		
H	G	9	10	11		
I	F	10	11	12		
J	I	7	10	13		
K	H, J	10	13	16		

Berdasarkan data di atas tentukanlah:

a. Gambarkan Jaringan!

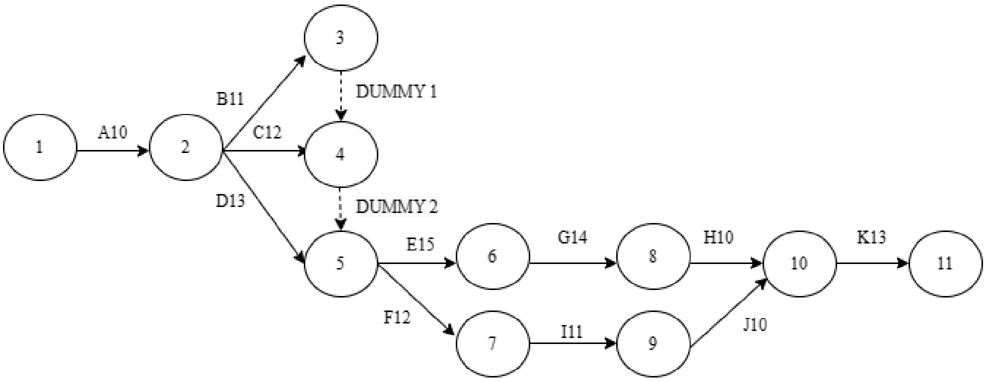
b. Tentukan Distribusi Beta!

c. Tentukanlah Jalur Kritis!

d. Tentukan Probabilitas proyek dikerjakan lebih dari 78 minggu!

Jawaban

A. Gambar Jaringan

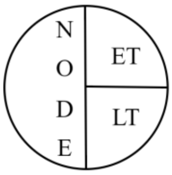


B. Distribusi Beta

	$tij = \frac{a_{ij} + 4m_{ij} + b_{ij}}{6}$	$vij = (\frac{b_{ij} - a_{ij}}{6})^2$
A	t12 = 10	v12 = 1/9
B	t23 = 11	v23 = 1/9
C	t24 = 12	v24 = 4/9
D	t25 = 13	v25 = 1
E	t56 = 15	v56 = 1
F	t57 = 12	v57 = 1/9
G	t68 = 14	v68 = 4/9
H	t810 = 10	v810 = 1/9
I	t79 = 11	v79 = 1/9
J	t910 = 10	v910 = 1
K	t1011 = 13	v1011 = 1

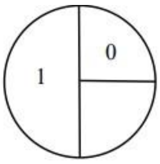
C. Penentuan Jalur Kritis

Dalam menentukan jalur kritis, kita harus mengetahui terlebih dahulu *Earliest Time* (ET) dan *Latest Time* (LT) dari masing peristiwa / *event* atau *node* yang terjadi. Lalu pilih peristiwa mana yang memiliki nilai ET dan LT yang sama, maka itulah jalur kritisnya.

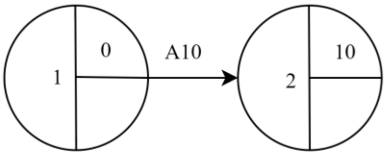


Berikut adalah langkah-langkah penjelasannya:

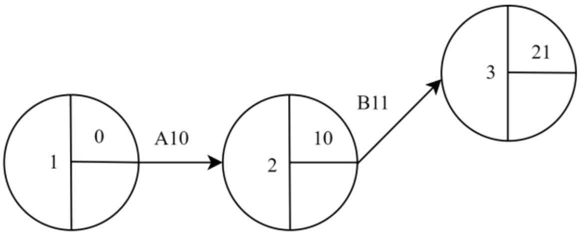
1) *Node* 1 selalu memiliki nilai ET1 = 0 minggu



2) *Node* 2 berasal dari kegiatan A (t12), maka nilai ET2 = ET1 + t12
= 0 + 10
= 10 minggu



3) *Node* 3 berasal dari kegiatan B (t13) maka, nilai ET3 = ET2 + t23
= 10 + 11
= 21 minggu



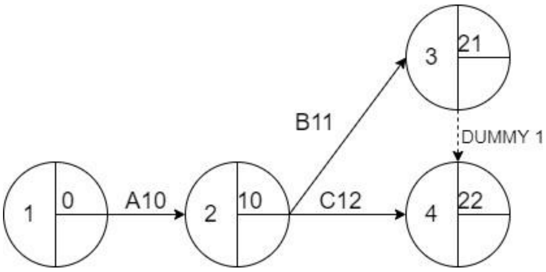
4) *Node* 4 berasal dari kegiatan C (t24) atau *dummy 1*

Maka nilai ET4 = ET3 + *dummy 1*

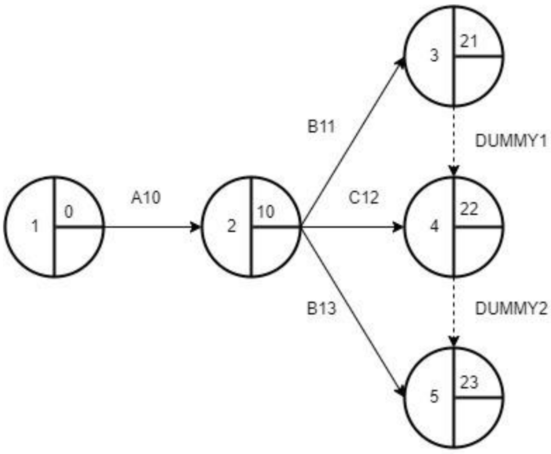
= 21 + 0 = 21 minggu

Maka nilai ET4 = ET2 + t24

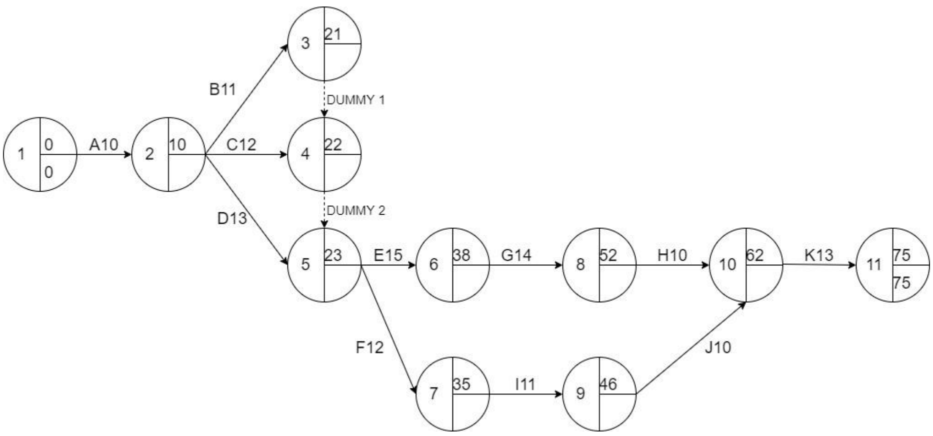
= 10 + 12 = 22 minggu



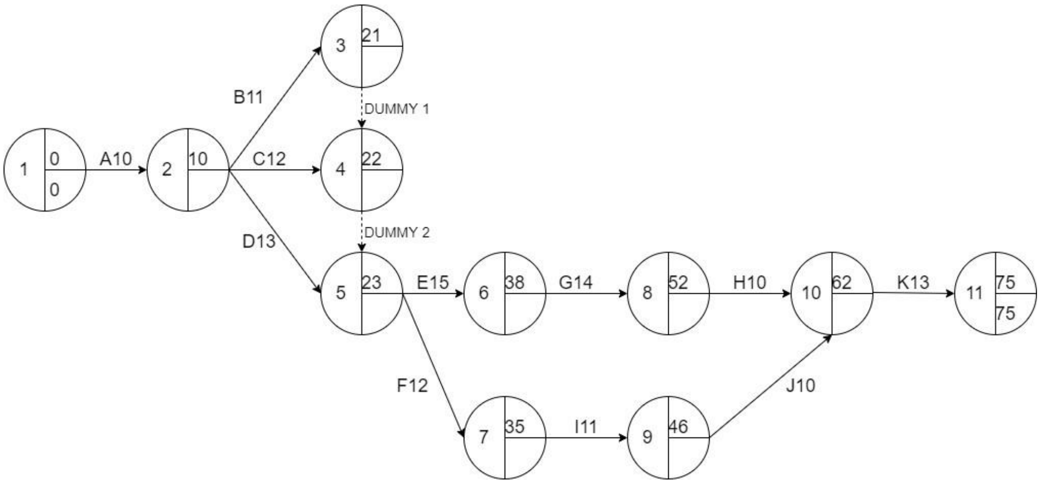
5) *Node* 5 berasal dari kegiatan D (t25) atau *dummy* 2, maka nilai ET5 = ET2 + t25 = 10 + 13 = 23 minggu



6) Begitu seterusnya sampai ET11

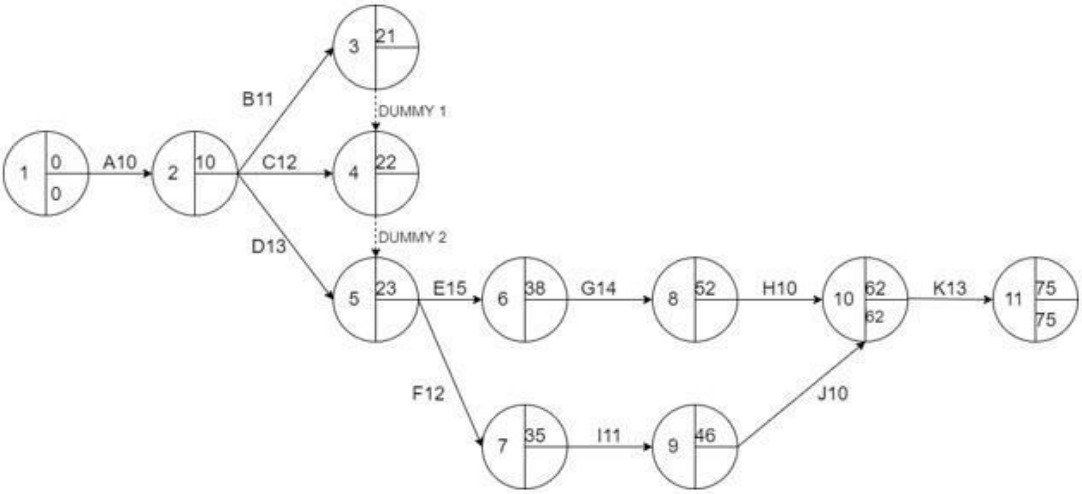


7) Selanjutnya tentukan LT. Menentukan LT dengan cara mundur dari *node* yang paling belakang sehingga dimulai dari *node* 11. Maka, LT11 = 75



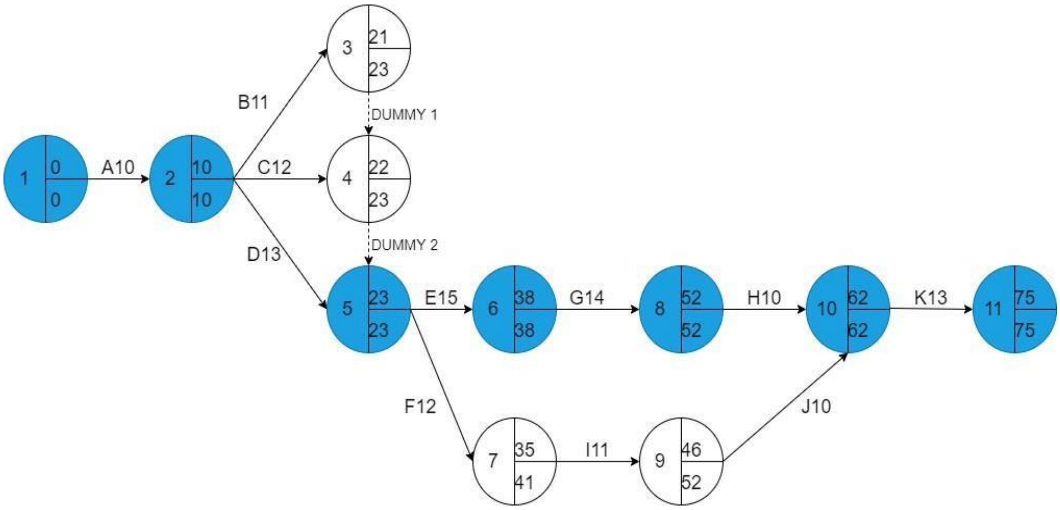
8) *Node* 10 penyebab dari kegiatan K, maka nilai LT10 = LT11 - t1011

= 75 - 13 = 62



9) Begitu seterusnya sampai LT1

10) *Dalam menentukan LT, pilih yang memiliki nilai LT paling kecil, lalu pilih jalur kritis yang memiliki nilai ET dan LT yang sama.



Jadi, Jalur kritisnya adalah A-D-E-G-H-K

a. Probabilitas Proyek Dikerjakan Lebih dari 78 Minggu

μ = t12 + t25 + t56 + t68 + t810 = 10 + 13 + 15 + 14 +10 + 13 = 75	σ^2 = v12 + v25 + v56 + v68 + v810 $= \frac{1}{9} + 1 + 1 + \frac{4}{9} + \frac{1}{9} + 1$ $= \frac{33}{9}$

P (tij ≥ 78)

P (tij ≥ 78) $= P_z \geq \frac{78-\mu}{\sqrt{\sigma^2}}$

$= P_z \geq \frac{78-75}{\sqrt{\frac{33}{9}}}$

P (tij ≥ 78) $= P_z \geq \frac{3}{1{,}91485}$

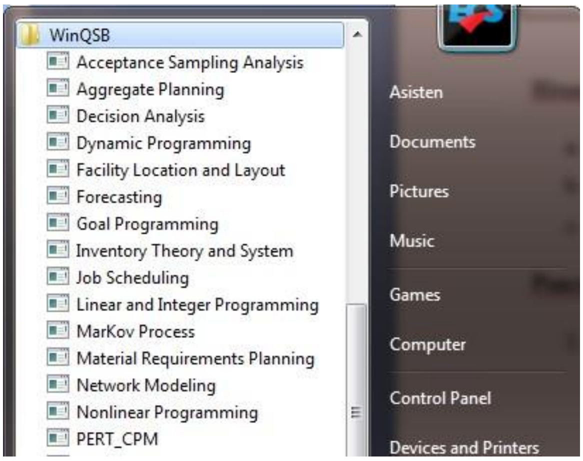
$= P_z \geq$ 1,56670 (dibulatkan menjadi 1,5)

= 0,5 – 0,4332

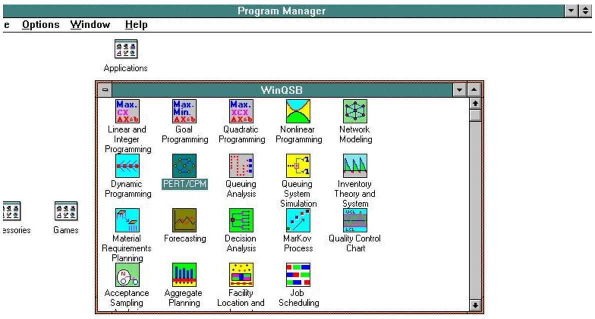
= 0,0668

Penggunaan *Software*

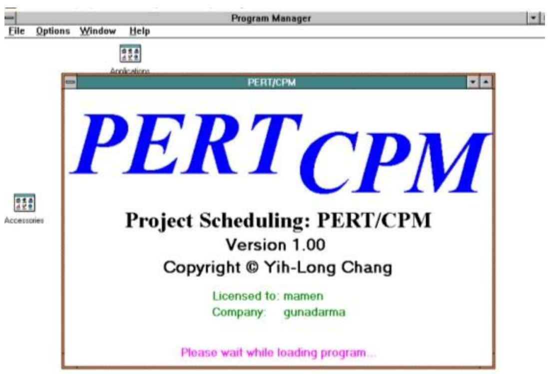
1. *Start* -> *All Program* -> WinQSB



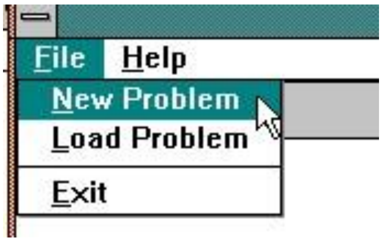
2. Pilih program PERT_CPM



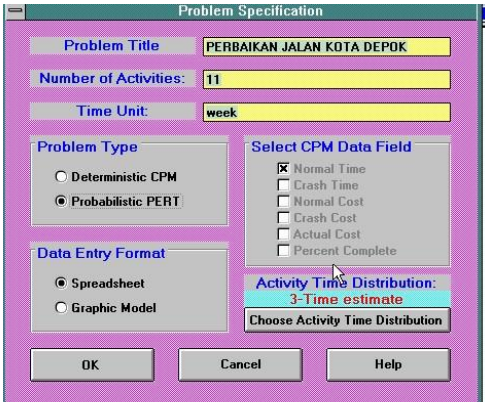
3. Tampilan awal PERT atau CPM



4. Pilih menu *File -> New Problem* untuk memulai



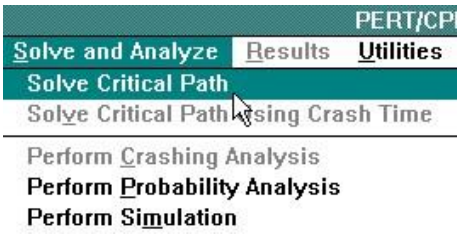
5. Pada *form Problem Specification* isikan:
   - *Problem title* (isikan data Anda)
   - *Number of Activities* = 11
   - *Time unit* (satuan waktu) = *week*
   - *Problem Type* = *Probabilistic* PERT
   - Klik OK untuk melanjutkan



6. Isikan tabel sesuai dengan soal

Activity Number	Activity Name	Immediate Predecessor (list number/name, separated by ',')	Optimistic time (a)	Most likely time (m)	Pessimistic time (b)
1	A		9	10	11
2	B	A	10	11	12
3	C	A	10	12	14
4	D	A	10	13	16
5	E	B,C,D	12	15	18
6	F	B,C,D	11	12	13
7	G	E	12	14	16
8	H	G	9	10	11
9	I	F	10	11	12
10	J	I	7	10	13
11	K	H,J	10	13	16

7. Pilih menu *Solve and Analyze -> Solve Critical Path*



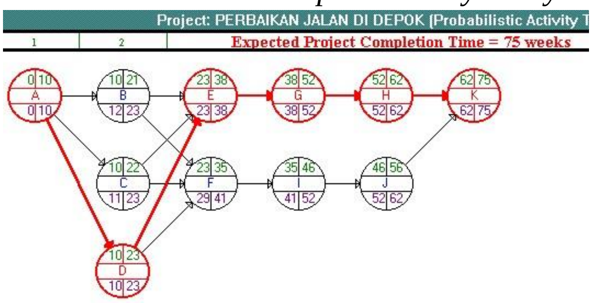
8. Hasil akhir

10-30-2015 00:07:45	Activity Name	On Critical Path	Activity Mean Time	Earliest Start	Earliest Finish	Latest Start	Latest Finish	Slack (LS-ES)	Activity Time Distribution	Standard Deviation
1	A	Yes	10	0	10	0	10	0	3-Time estimate	0.3333
2	B	no	11	10	21	12	23	2	3-Time estimate	0.3333
3	C	no	12	10	22	11	23	1	3-Time estimate	0.6667
4	D	Yes	13	10	23	10	23	0	3-Time estimate	1
5	E	Yes	15	23	38	23	38	0	3-Time estimate	1
6	F	no	12	23	35	29	41	6	3-Time estimate	0.3333
7	G	Yes	14	38	52	38	52	0	3-Time estimate	0.6667
8	H	Yes	10	52	62	52	62	0	3-Time estimate	0.3333
9	I	no	11	35	46	41	52	6	3-Time estimate	0.3333
10	J	no	10	46	56	52	62	6	3-Time estimate	1
11	K	Yes	13	62	75	62	75	0	3-Time estimate	1
	Project	Completion	Time	=	75	weeks				
	Number of	Critical	Path(s)	=	1					

9. Untuk melihat jalur kritisnya pilih menu *Results -> Show Critical Path*

10. Untuk melihat jalur kritisnya pilih menu *Results → Graphic Activity Analysis*

03-03-2023	Critical Path 1
1	A
2	D
3	E
4	G
5	H
6	K
Completion Time	75
Std. Dev.	1.91



Latihan Soal

1. Dibawah ini adalah waktu perbaikan jalan Cileungsi :

Kegiatan	Kegiatan Sebelumnya	a_{ij}	m_{ij}	b_{ij}	t_{ij}	v_{ij}
A	-	8	9	10		
B	A	10	11	12		
C	B	9	10	11		
D	B	11	14	17		
E	B	10	13	16		
F	C	13	14	15		
G	D, E	9	12	15		
H	G	13	15	17		
I	F	10	11	12		
J	H	8	10	12		
K	I, J	12	13	14		

Berdasarkan data di atas tentukanlah:

a. Gambarkan Jaringan!

b. Tentukan Distribusi Beta!

c. Tentukanlah Jalur Kritis!

d. Tentukan Probabilitas proyek dikerjakan lebih dari 85 minggu!

2. Dibawah ini adalah waktu pembuatan mall di Depok :

Kegiatan	**Kegiatan Sebelumnya**	a_{ij}	m_{ij}	b_{ij}	t_{ij}	v_{ij}
A	-	8	10	12		
B	-	11	12	19		
C	A, B	6	9	12		
D	C	12	15	18		
E	C	9	13	17		
F	D	12	14	16		
G	E	9	10	11		
H	F	10	11	12		
I	G	10	12	14		
J	H, I	8	15	22		
K	J	12	16	20		

Berdasarkan data di atas tentukanlah:

a. Gambarkan Jaringan!

b. Tentukan Distribusi Beta!

c. Tentukanlah Jalur Kritis!

d. Tentukan Probabilitas proyek dikerjakan lebih dari 95 minggu!

3. Dibawah ini adalah waktu renovasi stadium GBK :

Kegiatan	**Kegiatan Sebelumnya**	a_{ij}	m_{ij}	b_{ij}	t_{ij}	v_{ij}
A	-	10	12	14		
B	-	8	10	12		
C	A	12	14	16		
D	C	9	10	11		
E	C	14	16	18		
F	B	10	13	16		
G	F	8	9	10		
H	D, E	12	13	14		
I	G, H	10	15	20		
J	I	11	12	13		
K	J	8	10	12		

Berdasarkan data di atas tentukanlah:

a. Gambarkan Jaringan!

b. Tentukan Distribusi Beta!

c. Tentukanlah Jalur Kritis!

d. Tentukan Probabilitas proyek dikerjakan lebih dari 95 minggu!

LABORATORIUM MANAJEMEN MENENGAH

BAB 3

Teori Antrian Dalam Praktek

UNIVERSITAS GUNADARMA

BAB III
TEORI ANTRIAN DALAM PRAKTEK

Deskripsi Modul

Antrian menjelaskan tentang tujuan dasar model antrian, elemen-elemen pokok dalam antrian, macam-macam struktur antrian serta asumsi-asumsi yang digunakan dalam mengunakan teori antrian khususnya asumsi yang digunakan dalam model antrian jenis *multi channel single phase*.

Tujuan Modul

Setelah menyelesaikan praktikum pada modul ini, praktikan akan memahami:

1. Efektifitas suatu *channel* atau loket.
2. Keputusan membangun *channel* atau loket.
3. Pengidentifikasian efektifitas suatu loket.
4. Kemungkinan atau probabilitas pelanggan.

Penjelasan Materi

3.1 Pendahuluan

Sistem ekonomi dan usaha (bisnis) sebagian besar beroperasi dengan sumber daya yang relatif terbatas**.** Sering terjadi orang-orang, barang-barang, komponen-komponen, atau kertas kerja harus menunggu untuk mendapatkan jasa pelayanan. Garis-garis tunggu ini sering disebut dengan antrian (*Queues*), berkembang karena kualitas pelayanan (*server*) adalah relatif mahal untuk memenuhi permintaan layanan dan sangat terbatas.

3.2 Sistem Antrian

Ada tiga komponen dalam sistem antrian, yaitu:

1) Populasi dan cara kedatangan pelanggan datang ke dalam sistem.
2) Sistem pelayanan.
3) Kondisi pelanggan saat keluar sistem.

3.3 Populasi dan Cara Kedatangan

1. Populasi

Populasi yang akan dilayani (*calling population*). Setiap masalah antrian melibatkan kedatangan, misalnya orang, mobil, panggilan telepon untuk dilayani, dan lain–lain. Unsur ini sering dinamakan proses input. Proses input meliputi sumber kedatangan atau biasa dinamakan *calling population* dan cara terjadinya kedatangan yang umumnya merupakan variabel acak. Menurut Levin, dkk (2002), variabel acak adalah suatu variabel yang nilainya bisa berapa saja sebagai hasil dari percobaan acak. Variabel acak dapat berupa diskrit atau kontinu. Bila variabel acak hanya dimungkinkan memiliki beberapa nilai saja, maka ia merupakan variabel acak diskrit. Sebaliknya bila nilainya dimungkinkan bervariasi pada rentang tertentu, ia dikenal sebagai variabel acak kontinu.

Karakteristik dari populasi yang akan dilayani (*calling population*) dapat dilihat menurut ukurannya, pola kedatangan, serta perilaku dari populasi yang akan dilayani. Menurut ukurannya, populasi yang akan dilayani bisa terbatas (*finite*) bisa juga tidak terbatas (*infinite*). Sebagai contoh, jumlah mahasiswa yang antri untuk registrasi di sebuah perguruan tinggi sudah diketahui jumlahnya (*finite*), sedangkan jumlah nasabah bank yang antri untuk setor, menarik tabungan, maupun membuka rekening baru, bisa tak terbatas (*infinte*).

2. Distribusi Kedatangan

Secara umum, formula garis tunggu antrian memerlukan informasi tingkat kedatangan unit per periode waktu (*arrival rate*). Distribusi kedatangan bisa teratur - tetap dalam satu periode. Artinya kedatangan unit/pelanggan dalam antrian dengan unit/pelanggan berikutnya memiliki periode waktu yang sama. Kedatangan yang seperti ini biasanya hanya ada di sistem produksi dimana antrian dikendalikan oleh mesin. Kedatangan yang teratur sering kita jumpai pada proses pembuatan/pengemasan produk yang sudah distandardisasi.

Pada proses semacam ini, kedatangan produk untuk diproses pada bagian selanjutnya biasanya sudah ditentukan waktunya, misalnya setiap 30 detik.

Pada banyak kasus dalam praktek, kedatangan unit/pelanggan dalam antrian dengan unit/pelanggan berikutnya bersifat variabel atau acak (*random*). Kedatangan yang sifatnya acak *(random*) banyak kita jumpai misalnya kedatangan nasabah di bank. Pola kedatangan yang sifatnya acak dapat digambarkan dengan distribusi statistik dan dapat ditentukan dua cara yaitu:

a. Dengan cara menganalisa kedatangan per satuan waktu untuk melihat apakah waktu kedatangan unit/pelanggan dalam antrian mengikuti pola distribusi statistik tertentu. Biasanya kita mengasumsikan bahwa waktu kedatangan unit/pelanggan dalam antrian dengan unit/pelanggan berikutnya berdistribusi eksponensial.
b. Dengan cara menetapkan lama waktu (T) dan mencoba menentukan berapa banyak unit/pelanggan yang datang ke dalam sistem dalam kurun waktu (T) secara spesifik. Biasanya diasumsikan bahwa jumlah kedatangan per satuan waktu mengikuti pola distribusi *poisson.* Suatu faktor yang mempengaruhi penilaian distribusi kedatangan adalah ukuran populasi panggilan. Contoh: jika seorang tukang reparasi sedang memperbaiki enam buah mesin, populasi panggilan dibatasi sampai dengan enam buah mesin. Dalam hal ini tidak mungkin bahwa kedatangan mengikuti distribusi *poisson* sebab tingkat kecepatan kerusakan tidak konstan. Jika lima buah mesin telah rusak, tingkat kedatangan lebih rendah dari pada bila seluruh mesin dalam keadaan operasi. Populasi yang akan dilayani mempunyai perilaku yang berbeda-beda dalam membentuk antrian. Ada tiga jenis perilaku: *reneging, balking,* dan *jockeying*. *Reneging* menggambarkan situasi dimana seseorang masuk dalam antrian, namun belum memperoleh pelayanan, kemudian meninggalkan antrian tersebut. *Balking* menggambarkan orang yang tidak masuk dalam antrian dan langsung meninggalkan tempat antrian. *Jockeying* menggambarkan orang yang pindah-pindah antrian.

3. Pola Kedatangan

Kedatangan unit/pelanggan dalam sistem antrian, untuk beberapa kasus, dapat dikendalikan. Misalnya kedatangan dikendalikan dengan cara memberikan potongan pada hari-hari tertentu yang sepi dengan maksud menggiring pelanggan untuk datang pada jam sepi, memberikan harga tinggi pada sesi-sesi padat agar pelanggan tergiring datang pada hari lain yang lebih murah. Namun demikian, dalam beberapa kasus yang lain, kedatangan unit/pelanggan dalam antrian tidak dapat dikendalikan misalnya permintaan bantuan emergensi di rumah sakit, atau pemadam kebakaran atau kantor polisi.

4. Jumlah Unit dan Pelanggan yang Datang

Kedatangan tunggal atau dengan kata lain satu kali kedatangan bisa saja hanya terdiri dari satu *unit* atau satu pelanggan. Namun demikian bisa saja dalam satu kali kedatangan terdiri dari banyak *unit* yang disebut *batch arrivals*, misalnya kedatangan undangan di lima acara pesta di sebuah restoran.

5. Tingkat Kesabaran

Tingkat kesabaran pelanggan dalam antrian dikelompokkan menjadi dua, yakni:

a. Kedatangan yang sabar. Yaitu seseorang yang bersedia menunggu hingga dilayani terlepas apakah mereka menunjukkan perilaku tidak sabar seperti menggerutu atau mengomel tetapi tetap menunggu dalam antrian.
b. Kedatangan yang tidak sabar. Kedatangan yang tidak sabar dikelompokkan menjadi dua kategori. Kategori yang pertama adalah orang yang datang, melihat-lihat fasilitas layanan dan panjang antrian, lalu memutuskan meninggalkan sistem. Kategori yang kedua adalah orang yang datang, melihat fasilitas layanan, bergabung dalam antrian dan untuk beberapa lama kemudian meninggalkan sistem.

3.4 Struktur Antrian

Proses antrian pada umumnya dikelompokkan ke dalam empat struktur dasar menurut sifat-sifat fasilitas pelayanan, yaitu:

1) *Single Channel* - *Single Phase* (satu saluran satu tahap)
2) *Single Channel* - *Multi Phase* (satu saluran banyak tahap)
3) *Multi Channel* - *Single Phase* (banyak saluran satu tahap)
4) *Multi Channel* - *Multi Phase* (banyak saluran banyak tahap)

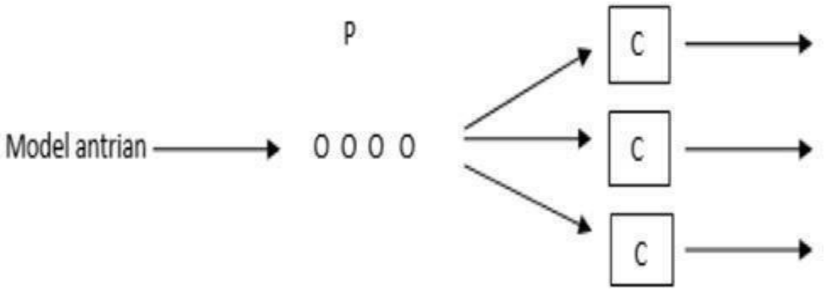
Pada praktikum semester ini kalian telah mempelajari antrian *single channel single phase* pada Riset Operasional 2 Bab 1. Kini pada Bab 3 pembahasan antrian masih berlanjut tepatnya antrian ***MULTI CHANNEL SINGLE PHASE.***

Antrian *Multi Channel Single Phase*

a) Asumsi-asumsi dalam *multi channel single phase* (*infinite*):
   1) Jumlah antrian tidak dibatasi.
   2) Kedatangan mengikuti distribusi *poisson.*
   3) Waktu pelayanan mengikuti distribusi *exponential negative.*
   4) *First come*, *first served.*
   5) Saluran dikalikan dengan tingkat pelayanan > dari tingkat kedatangan.

b) Ciri ciri distribusi *poisson*:
   1) Tingkat kedatangan rata-rata dapat diduga berdasarkan data masa lalu.
   2) Tingkat kedatangan rata-rata persatuan waktu adalah konstan.
   3) Banyaknya kedatangan dalam suatu selang waktu tidak dipengaruhi apa yang terjadi pada selang waktu sebelumnya.
   4) Probabilitas suatu kedatangan dalam selang waktu yang sangat pendek adalah sangat kecil sehingga probabilitas > dari satu kedatangan dalam selang waktu yang pendek akan mendekati 0 (nol).

***Multi channel single phase (infinite)* = antrian tidak dibatasi**



Catatan : untuk yang diketahui c, dihitung dari 1, 2, 3, dst sampai ke-c.

Probabilitas tidak adanya pengantri dalam *system*

$$Po = \frac{1}{\left[\sum_{n=0}^{c-1} \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!}\right] + \frac{(\lambda/\mu)^c}{c!\,(1-(\lambda/c\mu))}}$$

Probabilitas orang ke-n mengantri dalam *system*

$$P(n \le c) = \left(\frac{(\lambda/\mu)^n}{n!}\right) Po \qquad P(n > c) = \left(\frac{(\lambda/\mu)^n}{c!\,(c^{n-c})}\right) Po$$

Tingkat Kegunaan

$$R = \frac{\lambda}{C\ x\ \mu}$$

Rata-rata banyaknya pengantri dalam antrian (Lq)

$$Lq = \frac{[Po(\lambda/\mu)^c]\ [\lambda/Cx\mu]}{c!\left(1-\left(\frac{\lambda}{Cx\mu}\right)\right)^2} \quad atau \quad Lq = \frac{[Po(\lambda/\mu)^c]\ R}{c!\,(1-R)^2}$$

Rata-rata banyaknya pengantri dalam *System* (L)

$$L = Lq + \frac{\lambda}{\mu}$$

Rata-rata waktu mengantri dalam antrian (Wq)

$$Wq = \frac{Lq}{\lambda}$$

Rata-rata waktu mengantri dalam *System* (W)

$$W = Wq + \frac{1}{\mu}$$

Contoh Soal

Diketahui loket penjualan tiket final Proliga 2015 di Istora Senayan ada 3 buah dengan tingkat pelayanannya yaitu 50 orang/jam mengikuti distribusi *poisson*. Serta diketahui juga tingkat kegunaannya 70%. Maka tentukan:

a. Tingkat Kedatangan
b. Proporsi tidak adanya pengantri dalam *system*
c. Rata-rata banyaknya pengantri dalam antrian
d. Rata-rata banyaknya pengantri dalam *system*
e. Rata-rata waktu mengantri dalam antrian
f. Rata-rata waktu mengantri dalam *system*
g. Probabilitas adanya orang ke-6

Jawaban

a. $\lambda = R\ x\ c\ x\ \mu$

$= 0{,}7 \text{ x } 3 \text{ x } 50$

$= 105$

Jadi, tingkat kedatangan pelanggan pada final Proliga 2015 di Istora Senayan adalah 105 orang/jam.

b. $$Po = \frac{1}{\left[\sum_{n=0}^{c-1} \frac{(\lambda/\mu)^n}{n!}\right] + \frac{(\lambda/\mu)^c}{c!(1-(\lambda/c\mu))}}$$

$$= \frac{1}{\frac{(105/50)^0}{0!} + \frac{(105/50)^1}{1!} + \frac{(105/50)^2}{2!} + \frac{(105/50)^3}{3!\,(1-105/150))}}$$

$$= \frac{1}{1+2{,}1+2{,}205+5{,}145}$$

$$= 0{,}0957$$

Jadi, probabilitas tidak adanya pengantri dalam sistem pada final Proliga 2015 di Istora Senayan adalah 0,0957.

c. $Lq = \frac{[Po\,(\lambda/\mu)^c]R}{c!\,(1-R)^2}$

$= \frac{[0{,}0957\,(105/50)^3]0{,}7}{3!\,(1-0{,}7)^2}$

$= 1{,}149$

Jadi, rata-rata banyaknya pengantri dalam antrian pada final Proliga 2015 di Istora Senayan adalah sebanyak 1 orang.

d. $L = Lq + \frac{\lambda}{\mu}$

$= 1{,}149 + (105/50)$

$= 3{,}249$

Jadi, rata-rata banyaknya pengantri dalam sistem final Proliga 2015 di Istora Senayan adalah sebanyak 3 orang.

e. $Wq = \frac{Lq}{\lambda}$

$= \frac{1{,}149}{105}$

$= 0{,}0109 = 66\ menit$

Jadi, rata-rata lamanya waktu menunggu untuk dilayani dalam antrian pada final Proliga 2015 di Istora Senayan selama 0,66 menit.

f. $W = Wq + \frac{1}{\mu}$

$= 0{,}0109 + \frac{1}{50}$

$= 0{,}0309 = 1{,}854\ menit$

Jadi, rata-rata lamanya waktu menunggu untuk dilayani dalam sistem pada final Proliga 2015 di Istora Senayan selama 1,854 menit.

g. $P_6 = \frac{(\lambda/\mu)^P x \ Po}{c! \ c^{P-c}}$

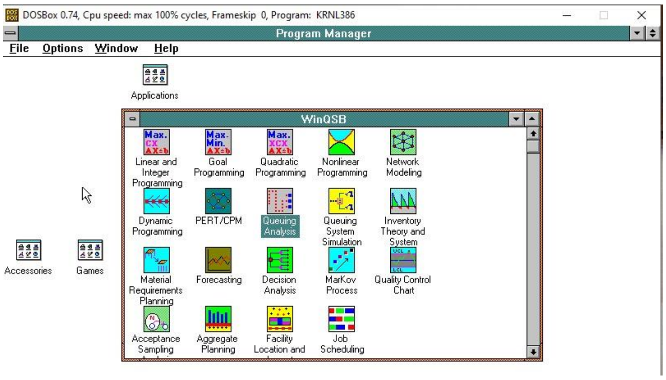
$$= \frac{(105/150)^6 x \ 0{,}0957}{3! \ 3^{6-3}}$$

$$= 0{,}0507$$

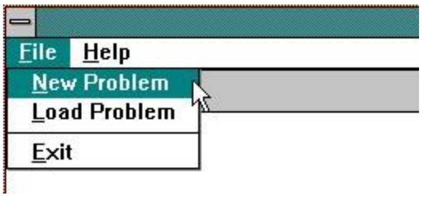
Jadi, probabilitas adanya orang ke-6 yang mengantri dalam sistem pada final Proliga 2015 di Istora Senayan adalah 0,0507.

Penggunaan *Software*

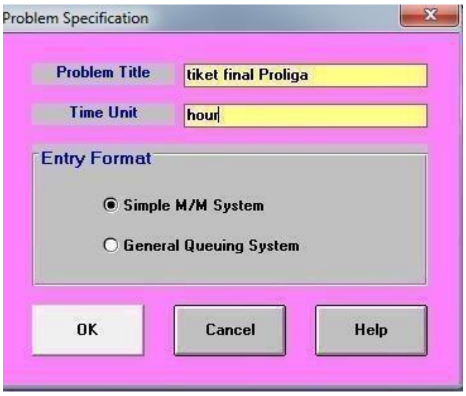
1. Buka *software* WinQSB, pilih *Queuing Analysis*



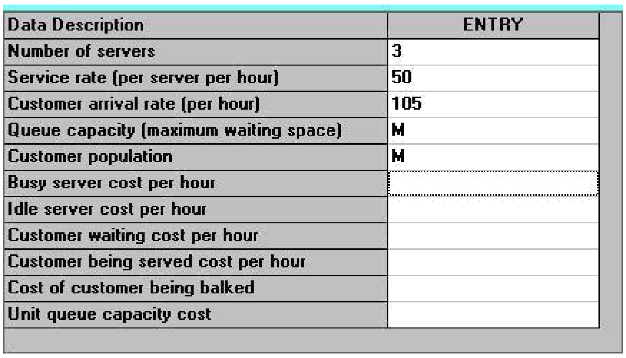
2. Pilih menu *File* -> *New Problem* untuk memulai



3. Pada *form Problem Specification*:
   - *Problem Title* (isikan data anda)
   - *Time Unit* (satuan waktu) = *hour*
   - Klik OK untuk melanjutkan

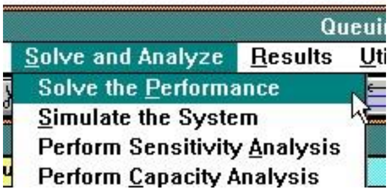


4. Masukkan :
    - *Number of Serves* = 3
    - *Service rate (per server per hour)* μ = 50
    - *Costumer arrival rate (per hour)* λ = 105



Data Description	ENTRY
Number of servers	3
Service rate (per server per hour)	50
Customer arrival rate (per hour)	105
Queue capacity (maximum waiting space)	M
Customer population	M
Busy server cost per hour	
Idle server cost per hour	
Customer waiting cost per hour	
Customer being served cost per hour	
Cost of customer being balked	
Unit queue capacity cost	

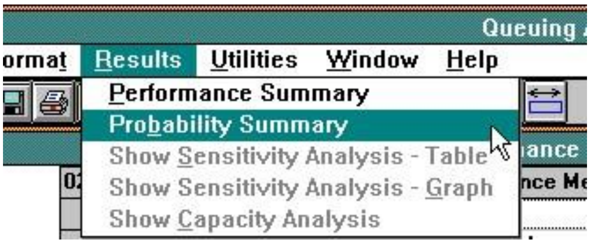
5. Pilih menu *Solve and Analyze -> Solve the Performance*



6. Hasil *problem solving* :
    - Tingkat kegunaan = 70%
    - Proporsi waktu menganggur kasir (P0) = 9,5694
    - Rata-rata banyaknya pengantri dalam antrian (Lq) = 1,1488
    - Rata-rata banyaknya pengantri dalam *system* (L) = 3,2488
    - Rata-rata waktu menunggu dalam antrian (Wq) = 0,0109
    - Rata-rata waktu menunggu dalam *system* (W) = 0,0309

07-13-2016	Performance Measure	Result
1	System: M/M/3	From Formula
2	Customer arrival rate (lambda) per hour =	105,0000
3	Service rate per server (mu) per hour =	50,0000
4	Overall system effective arrival rate per hour =	105,0000
5	Overall system effective service rate per hour =	105,0000
6	Overall system utilization =	70,0000 %
7	Average number of customers in the system (L) =	3,2488
8	Average number of customers in the queue (Lq) =	1,1488
9	Average number of customers in the queue for a busy system (Lb) =	2,3333
10	Average time customer spends in the system (W) =	0,0309 hours
11	Average time customer spends in the queue (Wq) =	0,0109 hours
12	Average time customer spends in the queue for a busy system (Wb) =	0,0222 hours
13	The probability that all servers are idle (Po) =	9,5694 %
14	The probability an arriving customer waits (Pw or Pb) =	49,2344 %

7. Pilih menu *Result* -> *Probability Summary*



8. Probabilitas adanya orang ke-6 (P6) = 0,0507
9. Probabilitas adanya 2 orang yang mengantri dalam sistem pada penjualan tiket Proliga adalah P0 + P1 + P2 = 0,0957 + 0,2010 + 0,2110 = 0,5077

07-13-2016 22:24:15 n	Estimated Probability of n Customers in the System	Cumulative Probability
0	0,0957	0,0957
1	0,2010	0,2967
2	0,2110	0,5077
3	0,1477	0,6554
4	0,1034	0,7588
5	0,0724	0,8311
6	0,0507	0,8818

Latihan Soal

1. Diketahui loket penjualan tiket kereta adalah 4 dengan tingkat pelayanan 33 orang/jam mengikuti distribusi poisson. Serta diketahui juga tingkat kegunaannya 50%. Maka tentukan :
   a. Tingkat Kedatangan
   b. Proporsi tidak adanya pengantri dalam *system*
   c. Rata-rata banyaknya pengantri dalam antrian
   d. Rata-rata banyaknya pengantri dalam *system*
   e. Rata-rata waktu mengantri dalam antrian
   f. Rata-rata waktu mengantri dalam *system*
   g. Probabilitas adanya orang ke-10

2. Diketahui penjualan tiket konser Mahalini secara langsung di venue, terdapat 4 loket tempat penjualan tiket dengan tingkat pelayanannya 60 orang/jam mengikuti distribusi *poisson*. Serta diketahui juga tingkat kegunaannya 75%.
   Maka tentukan :
   a. Tingkat Kedatangan
   b. Proporsi tidak adanya pengantri dalam *system*
   c. Rata-rata banyaknya pengantri dalam antrian
   d. Rata-rata banyaknya pengantri dalam *system*
   e. Rata-rata waktu mengantri dalam antrian
   f. Rata-rata waktu mengantri dalam *system*
   g. Probabilitas adanya orang ke-9

3. Diketahui penjualan sepeda motor dilakukan secara langsung di *showroom* motor terdapat 3 sales yang melakukan penjualan dengan tingkat pelayanan 50 orang/jam mengikuti distribusi *poisson*. Serta diketahui tingkat kegunaannya 80%. Maka tentukan :
   a. Tingkat Kegunaan
   b. Proporsi tidak adanya pengantri dalam *system*
   c. Rata-rata banyaknya pengantri dalam antrian
   d. Rata-rata banyaknya pengantri dalam *system*
   e. Rata-rata waktu mengantri dalam antrian
   f. Rata-rata waktu mengantri dalam *system*
   g. Probabilitas adanya orang ke-12

LABORATORIUM MANAJEMEN MENENGAH

BAB 4
Analisis Markov

UNIVERSITAS GUNADARMA

BAB IV
ANALISIS MARKOV

Deskripsi Modul

Analisis Markov diartikan sebagai suatu teknik ataupun metode matematika untuk meramalkan perubahan pada variabel-variabel tertentu berdasarkan pengetahuan dari perubahan sebelumnya. Dalam dunia usaha ataupun industri Analisis Markov digunakan untuk mengetahui kemungkinan perubahan yang terjadi pada usaha yang dilakukan yang pada akhirnya digunakan sebagai alat untuk membantu pengambilan keputusan. Pengambilan keputusan yang sering kali dibuat yaitu dalam hal hutang-piutang, keunggulan produk, pergantian merek, operasi mesin dan lain sebagainya.

Tujuan Modul

Setelah menyelesaikan praktikum pada modul ini, praktikan akan:

1) Memahami konsep dasar mengenai Analisis Markov.
2) Mampu menyusun probabilitas transisi maupun probabilitas *tree* dalam melakukan Analisis Markov.
3) Mampu menyimpulkan hasil analisis yang dilakukan dari probabilitas yang diperoleh.
4) Mampu menggunakan aplikasi *software* dalam Analisis Markov.

Penjelasan Materi

4.1 Pendahuluan

Model Rantai Markov dikembangkan oleh seorang ahli Russia A.A. Markov pada tahun 1906. Pada umumnya Riset Operasional bertujuan untuk mengambil keputusan yang optimal atas suatu permasalahan. Namun, Analisis Markov digunakan untuk menghasilkan suatu informasi probabilistik yang dapat digunakan untuk membantu pengambilan keputusan. Dengan kata lain Teknik-

teknik yang lain dalam Riset Operasional pada umumnya merupakan teknik optimisasi, sedangkan pada Analisis Markov merupakan teknik deskriptif.

Rantai Markov adalah suatu Teknik matematik yang biasa digunakan untuk melakukan pembuatan model bermacam-macam sistem dan proses bisnis. Teknik ini dapat digunakan untuk memperkirakan perubahan-perubahan yang akan terjadi di waktu yang akan datang dalam variabel-variabel dinamis atas dasar perubahan-perubahan variabel tersebut di waktu lampau.

4.2 Ciri-Ciri Proses Markov

Probabilitas Transisi adalah perubahan dari satu status ke status yang lain pada periode (waktu) berikutnya dan merupakan suatu proses *random* yang dinyatakan dalam probabilitas.

Untuk lebih jelasnya akan digunakan sebuah contoh kasus pada kendaraan umum. Dalam kasus ini terdapat dua buah *state* (kondisi/status) yaitu narik dan mogok. Jadi kendaraan umum tersebut akan selalu berada pada salah satu dari dua *state* tersebut, jika tidak narik maka mogok.

Agar dapat digunakan dalam proses Markov dibutuhkan beberapa asumsi seperti berikut:

1. Jika *state* kendaraan saat ini adalah narik maka hanya ada dua kemungkinan untuk kondisi waktu (hari) berikutnya yaitu narik kembali atau mogok. Sehingga jumlah probabilitas transisi pada setiap baris adalah satu.
2. Probabilitas transisi itu tidak akan berubah untuk selamanya.
3. Probabilitas transisi hanya tergantung pada status sekarang bukan status periode sebelumnya.

4.3 Menyusun Probabilitas Transisi

Untuk menunjukkan cara penyusunan probabilitas transisi, akan digunakan contoh kasus diatas dengan probabilitas-probabilitas sebagai berikut:

Status (saat ini)	Banyaknya Mobil	
	Hari I	**Hari II**
Narik	120	144
Mogok	100	76
Jumlah	220	220

Tabel 3.1

Hari I	Hari II		Jumlah
	Narik	**Mogok**	
Narik	70	50	120
Mogok	74	26	100
Jumlah	144	76	220

Tabel 3.2

Dari tabel diatas dapat diperoleh Probabilitas Transisi sebagai berikut:

Hari I	Hari II	
	Narik	**Mogok**
Narik	70/120 = 0,5833	50/120 = 0,4167
Mogok	74/100 = 0,74	26/100 = 0,26

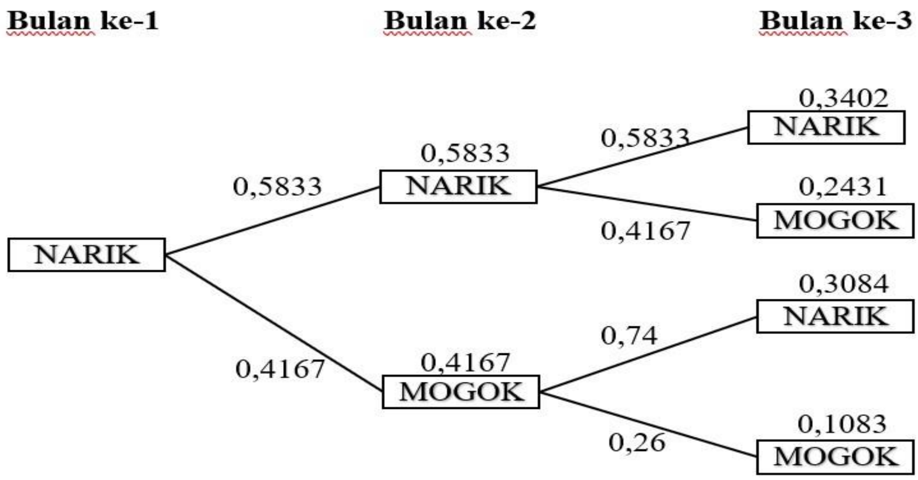
Tabel 3.3

4.4 Probabilitas *Tree*

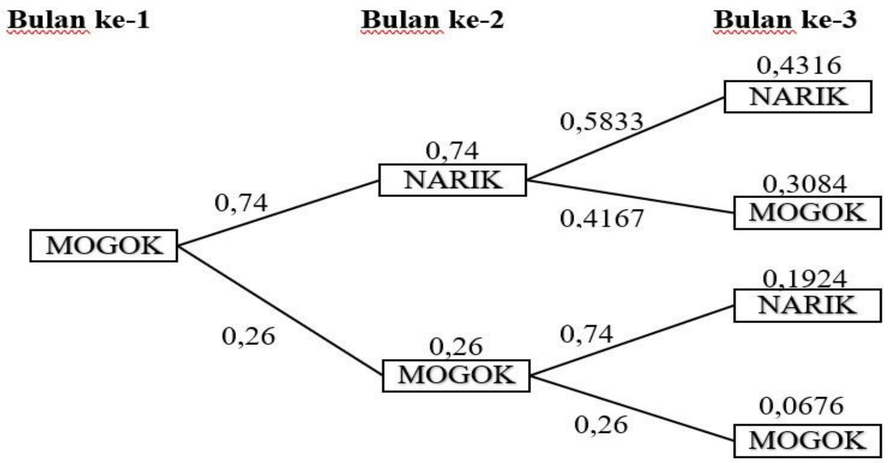
Probabilitas *Tree* merupakan cara yang mudah untuk menggambarkan sejumlah terbatas transisi dari suatu proses Markov. Agar lebih jelas kita masih akan mengambil contoh kasus di atas, semisal ingin diketahui:

a. Probabilitas hari ke-3 narik, jika hari ke-1 narik.
b. Probabilitas hari ke-3 mogok, jika hari ke-1 narik.
c. Probabilitas hari ke-3 narik, jika hari ke-1 mogok.
d. Probabilitas hari ke-3 mogok, jika hari ke-1 mogok.

Maka kita akan buat Probabilitas *Tree* dari kasus di atas sebagai berikut :



Probabilitas *Tree* hari ke-1 narik



Probabilitas *Tree* hari ke-1 mogok

Dari gambar 3.1 dan gambar 3.2 dapat kita jawab soal di atas, sehingga:

Probabilitas hari ke-3 narik, jika hari ke-1 narik $= 0{,}3402 + 0{,}3084 = 0{,}6486$

Probabilitas hari ke-3 mogok, jika hari ke-1 narik $= 0{,}2431 + 0{,}1083 = 0{,}3514$

Probabilitas hari ke-3 narik, jika hari ke-1 Mogok $= 0{,}4316 + 0{,}1924 = 0{,}642$

Probabilitas hari ke-3 mogok, jika hari ke-1 Mogok $= 0{,}3084 + 0{,}0676 = 0{,}376$

4.5 Pendekatan Matriks

Ada kalanya kita harus mencari probabilitas pada periode yang sangat besar, misalkan periode hari ke-9, ke-10 dan seterusnya, akan sangat menyulitkan dan membutuhkan media penyajian yang khusus jika kita menggunakan Probabilitas *Tree*. Permasalahan tersebut dapat diselesaikan dengan menggunakan metode Pendekatan Matriks Probabilitas.

Adapun Matriks Probabilitas dari contoh kasus di atas adalah sebagai berikut:

$$\begin{vmatrix} 0{,}5833 & 0{,}4167 \\ 0{,}74 & 0{,}26 \end{vmatrix}$$

Probabilitas kendaraan narik pada periode ke-i jika pada periode ke-1 narik, dilambangkan dengan:

$$\text{Probabilitas Narik} \longrightarrow \text{Nn (i)} \longleftarrow \text{Periode ke-i}$$

$$\uparrow$$

Status Awal Narik

Probabilitas kendaraan mogok pada periode ke-3 jika pada periode ke-1 mogok, dilambangkan dengan:

$$\text{Probabilitas Mogok} \longrightarrow \text{Mm (3)} \longleftarrow \text{Periode ke-3}$$

$$\uparrow$$

Status Awal Mogok

Jika kendaraan pada hari ke-1 narik maka berlaku probabilitas sebagai berikut: Nn(l) = 1 sedangkan Mm(l) = 0

Jika probabilitas di atas disusun ke dalam vektor baris, maka kita dapatkan: (Nn(l) Mm(l)) = (1   0)

Adapun rumus untuk mencari probabilitas periode berikutnya (i+1) adalah:

(Nn(i+1) Mn(i+1)) = (Nn(i) Mn(i)) x Matriks Probabilitas Transisi

Bila rumus di atas kita gunakan untuk mencari probibalitas hari ke-2, maka:

$$\left(Nn(2)Mn(2)\right) = \left(Nn(1)Mn(1)\right)\ x \begin{vmatrix} 0{,}5833 & 0{,}4167 \\ 0{,}74 & 0{,}26 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}\ x \begin{vmatrix} 0{,}5833 & 0{,}4167 \\ 0{,}74 & 0{,}26 \end{vmatrix}$$

= (0,5833 0,4167)

Terlihat bahwa hasilnya sama dengan yang diperoleh dengan menggunakan metode Probabilities *Tree*. Dengan menggunakan cara yang sama kita akan dapatkan status untuk periode-periode berikutnya sebagai berikut:

(Nn(3) Mn(3)) = (0,6486 0,3514)

(Nn(4) Mn(4)) = (0,6384 0,3616)

(Nn(5) Mn(5)) = (0,6400 0,3400)

(Nn(6) Mn(6)) = (0,6397 0,3603)

(Nn(7) Mn(7)) = (0,6398 0,3602)

(Nn(8) Mn(8)) = (0,6398 0,3602)

Terlihat bahwa perubahan probabilitas semakin lama semakin mengecil sampai akhirnya tidak tampak adanya perubahan. Probabilitas tersebut tercapai mulai dari periode ke-7, dengan probabilitas status:

(Nn(7) Mn(7)) = (0,6398 0,3602)

Ini berarti pemilik kendaraan dapat menarik kesimpulan bahwa jika awalnya kendaraan berstatus narik, setelah beberapa periode di masa depan probabilitas narik adalah sebesar 0,6398 dan probabilitasnya mogok sebesar 0,3602.

Untuk perhitungan probabilitas status hari pertama mogok dapat kita cari dengan metode yang sama dan akan kita dapatkan probabilitas yang akan sama untuk periode selanjutnya, mulai dari periode ke-8. Adapun probabilitas pada periode ke-8 adalah:

(Nm(8) Mm(8)) = (0,6398 0,3602)

4.6 Probabilitas *Steady State*

Dalam banyak kasus, proses Markov akan menuju pada *Steady State* (keseimbangan). Artinya setelah proses berjalan selama beberapa periode, probabilitas yang dihasilkan akan bernilai tetap, dan probabilitas ini dinamakan Probabilitas *Steady State*. Dari contoh diatas Probabilitas *Steady State*nya adalah probabilitas narik sebesar 0,6398 dan probabilitas mogok sebesar 0,3602.

Untuk mencari Probabilitas *Steady State* dari suatu Matriks Transisi, maka kita dapat menggunakan rumus:

$$\boxed{Nn(i+1)Mn(i+1) = Nn(i)Mn(i)\ x\ Matriks\ Probabilitas\ Transisi}$$

Karena *Steady State* akan menghasilkan probabilitas yang sama pada periode ke depan maka rumus tersebut akan berubah menjadi:

$$\boxed{Nn(i)Mn(i) = Nn(i)Mn(i)\ x\ Matriks\ Probabilitas\ Transisi}$$

Dari contoh kasus di atas dengan status hari ke-1 narik, maka kita dapatkan:

$$\begin{vmatrix} 0{,}5833 & 0{,}4167 \\ 0{,}74 & 0{,}26 \end{vmatrix}$$

Untuk mengurangi keruwetan, periode (i) dapat kita hilangkan, karena pada saat *Steady State* tercapai periode tidak akan mempengaruhi perhitungan.

Sehingga perhitungan di atas akan menjadi:

$$(Nn\ Mn) = (Nn\ Mn)\ x \begin{vmatrix} 0{,}5833 & 0{,}4167 \\ 0{,}74 & 0{,}26 \end{vmatrix}$$

Dari perhitungan di atas akan menghasilkan persamaan berikut:

Nn = 0,5833Nn + 0,74Mn .... (1)

Mn = 0,4167Nn + 0,26Mn .... (2)

Karena salah satu ciri proses markov adalah:

Nn(i) + Mn(i) = 1, maka:

Nn + Mn = 1 -> Mn = 1 – Nn

Dengan mensubstitusikan Mn = 1 – Nn ke persamaan (1) didapatkan:

$$Nn \quad = 0{,}5833\text{Nn} + 0{,}74\,(\text{I} - \text{Nn})$$

$$Nn \quad = 0{,}5833Nn + 0{,}74I - 0{,}74Nn$$

$$Nn \quad = -\ 0{,}1567\text{Nn} + 0{,}741$$

$$1 + 0{,}1567\text{Nn} = 0{,}74$$

$$1{,}1567\text{Nn} = 0{,}74$$

$$Nn = 0{,}6398$$

Lalu kita masukkan nilai Nn = 0,6398 ke dalam persamaan (2) didapatkan:

$$Mn = 1 - Nn$$

$$Mn = 1 - 0{,}6389$$

$$Mn = 0{,}3602$$

4.7 Penggunaan Probabilitas *Steady State*

Dari contoh kasus kita ketahui bahwa pemilik kendaraan memiliki 220 kendaraan. Dengan menggunakan Probabilitas *Steady State* yang sudah kita dapatkan, pemilik dapat mengharapkan jumlah kendaraan setiap harinya narik atau mogok sebanyak:

Narik : Nn x 220 = 0,6398 x 220 = 140,756 atau sebanyak 141 kendaraan

Mogok : Mn x 220 = 0,3602 x 220 = 79,244 atau sebanyak 79 kendaraan

Misalkan pemilik kurang puas dengan tingkat operasi yang ada dan ingin meningkatkannya, sehingga pemilik mengambil kebijakan untuk menggunakan suku cadang asli dalam setiap perawatan armada. Kebijakan ini membuat Matriks Probabilitas Transisi berubah menjadi:

$$\begin{vmatrix} 0{,}7 & 0{,}3 \\ 0{,}74 & 0{,}26 \end{vmatrix}$$

Artinya kebijakan ini membuat Probabilitas saat ini narik, lalu hari berikutnya mogok menurun dari 0,4 menjadi 0,3.

Probabilitas *Steady State* yang baru adalah

$$(Nn \quad Mn) = (Nn \quad Mn)\ x\ |0{,}7 \quad 0{,}3|$$

Sehingga kita dapatkan persamaan berikut:

Nn = 0,7Nn + 0,74Mn .... (1)

Mn = 0,3Nn + 0,26Mn .... (2)

Substitusikan Nn = 1 - Mn ke persamaan (2), sehingga kita dapatkan:

Mn = 0,2885 dan Nn = 0,7116.

Artinya setiap harinya pemilik dapat mengharapkan kendaraan yang narik atau mogok sebanyak:

Narik : Nn x 220 = 0,7116 x 220 = 156,55 atau sebanyak 157 kendaraan

Mogok : Mn x 220 = 0,2885 x 220 = 63,47 atau sebanyak 63 kendaraan

Kebijakan tersebut menghasilkan kenaikan operasional dari 141 kendaraan perhari menjadi 157 kendaraan perhari. Dalam hal ini pemilik harus mengevaluasi kebijakan ini, apakah kenaikan pendapatan operasional dapat menutupi kenaikan biaya operasional karena kebijakan ini. Misalkan karena kebijakan ini terjadi kenaikan biaya perawatan kendaraan sebesar Rp 1.000.000,- setiap harinya. Jadi, bila kenaikan pendapatan operasional lebih besar dari Rp 1.000.000,- maka kebijakan tersebut layak untuk dijalankan.

Dari contoh ini menunjukkan bahwa Analisis Markov tidak memberikan solusi atau keputusan, namun analisis tersebut memberikan informasi yang dapat membantu pembuatan keputusan.

Contoh Soal

Warteg Portugal (Porsi Tukang Galih) telah berdiri sejak 3 bulan yang lalu. Pemilik warteg ingin mengetahui perkembangan usahanya tersebut. Berikut ini data-data yang diperoleh pemilik warteg selama 2 bulan:

Keterangan	Bulan 1	Bulan 2
Untung	1.500	1.250
Rugi	2.000	2.250
Jumlah	3.500	3.500

Dalam waktu 2 bulan terakhir terdapat perubahan terhadap keuntungan dan kerugian pada wartegnya. Untuk data lebih jelasnya, lihat tabel dibawah ini:

Bulan 1	Bulan 2		Jumlah
	Untung	Rugi	
Untung	500	1.000	1.500
Rugi	750	1.250	2.000
Jumlah	1.250	2.250	3.500

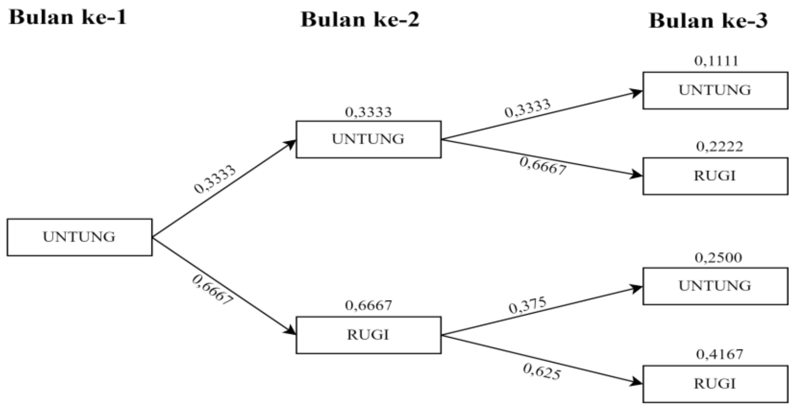
Ditanya:

a. Buatlah tabel probabilitas transisi dan *tree*!
b. Tentukanlah probabilitas bulan ke-3 mengalami rugi, jika pada bulan ke-1 untung!
c. Tentukanlah probabilitas bulan ke-3 mengalami rugi, jika pada bulan ke-1 rugi!
d. Tentukanlah probabilitas bulan ke-3 mengalami untung, jika pada bulan ke-1 untung!
e. Tentukanlah probabilitas bulan ke-3 mengalami untung, jika pada bulan ke-1 rugi!
f. Tentukan probabilitas pada kondisi *Steady State*!

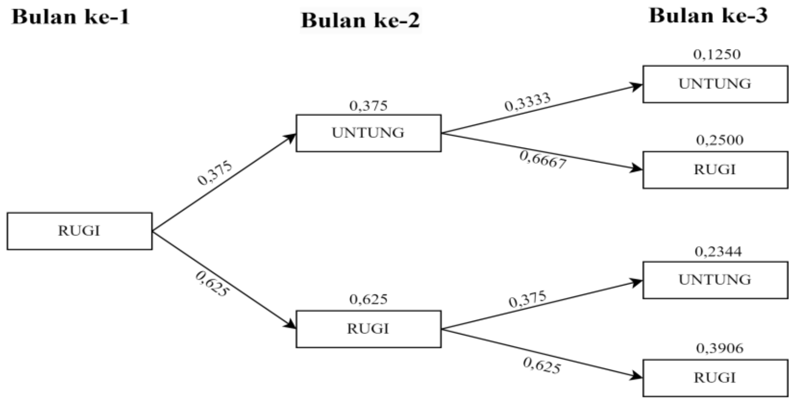
Jawaban

a. Tabel Probabilitas Transisi dan *Tree*.

Bulan 1	Bulan 2	
	Untung	Rugi
Untung	500/1.500 = 0,3333	1.000/1.500 = 0,6667
Rugi	750/2.000 = 0,375	1.250/2.000 = 0,625



Probabilitas *Tree* Bulan ke-1 Untung



Probabilitas *Tree* Bulan ke-1 Rugi

b. 0,2222 + 0,4167 = 0,6389

c. 0,2500 + 0,3906 = 0,6406

d. 0,1111 + 0,2500 = 0,3611

e. 0,1250 + 0,2344 = 0,3594

f. Dalam menghitung *Steady State* dapat menggunakan cara seperti dibawah ini:

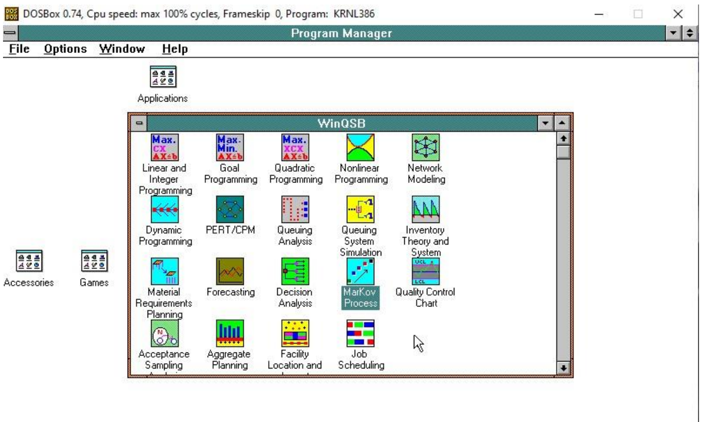
$$X1 = 0{,}3333\,(X1) + 0{,}375(1-X1)$$
$$X1 = 0{,}3333\,X1 + 0{,}375 - 0{,}375\,X1$$
$$X1 = -\,0{,}0417\,X1 + 0{,}375$$
$$X1 + 0{,}0417\,X1 = 0{,}375$$
$$1{,}\,0417\,X1 = 0{,}375$$
$$X1 = 0{,}36$$

$$X2 = 1 - X1$$
$$X2 = 1 - 0{,}36$$
$$X2 = 0{,}64$$

Penggunaan *Software*

Langkah-langkah penerimaan dengan menggunakan *Software* WinQSB.

1. Buka *software* WinQSB, pilih program *MarKov Process.*



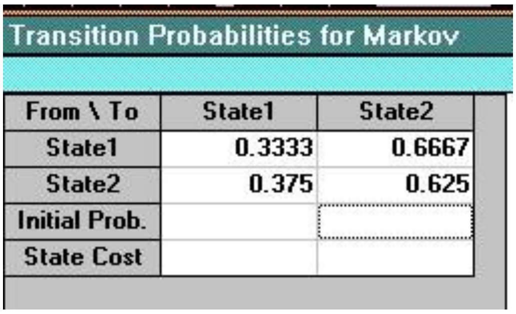
2. Pilih menu *File* -> *New Problem* untuk memulai.

3. Masukkan data:

Problem Title = Markov

Number of States = 2

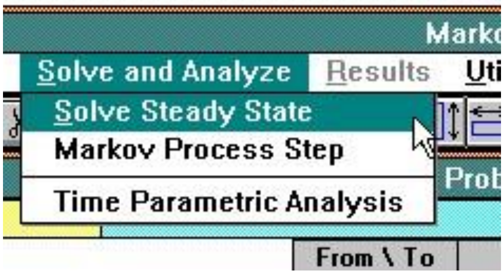
4. Isikan data sesuai dengan Tabel Probabilitas.



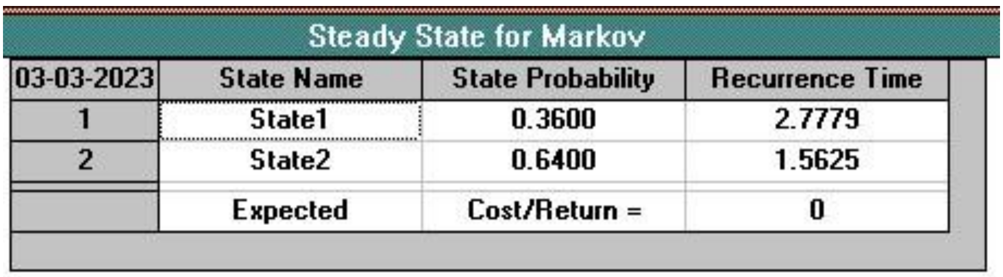
Transition Probabilities for Markov

From \ To	State1	State2
State1	0.3333	0.6667
State2	0.375	0.625
Initial Prob.		
State Cost		

5. Pilih menu *Solve and Analyze* -> *Solve Steady State.*



6. Hasil akhir.



Steady State for Markov

03-03-2023	State Name	State Probability	Recurrence Time
1	State1	0.3600	2.7779
2	State2	0.6400	1.5625
	Expected	Cost/Return =	0

Latihan Soal

1. Minang Café telah berdiri sejak 3 bulan yang lalu. Pemilik kafe ingin mengetahui perkembangan usahanya tersebut. Berikut adalah data-data yang diperoleh pemilik kafe selama 2 bulan:

Keterangan	Bulan 1	Bulan 2
Untung	3.750	3.500
Rugi	4.750	5.000
Jumlah	8.500	8.500

Dalam waktu 2 bulan terakhir terdapat perubahan terhadap keuntungan dan kerugian pada kafe tersebut. Untuk lebih jelasnya, lihat tabel dibawah ini:

Bulan 1	Bulan 2		Jumlah
	Untung	Rugi	
Untung	2.500	1.250	3.750
Rugi	3.250	1.500	4.750
Jumlah	5.750	2.750	8.500

Ditanya :

a. Buatlah probabilitas transisi dan tree!
b. Tentukan probabilitas bulan ke-3 untung, jika pada bulan ke-1 rugi!
c. Tentukan probabilitas bulan ke-3 rugi, jika pada bulan ke-1 rugi!
d. Tentukan probabilitas bulan ke-3 untung, jika pada bulan ke-1 untung!
e. Tentukan probabilitas bulan ke-3 rugi, jika pada bulan ke-1 untung!
f. Tentukan probabilitas pada kondisi steady state!

2. Mark lee adalah seorang mahasiswa SNU, Ia ingin mengetahui perpustakaan mana saja yang paling banyak dikunjungi oleh mahasiswa SNU. Berikut adalah data yang diperoleh Angelina dalam waktu 2 bulan terakhir:

Keterangan	Bulan 1	Bulan 2
Starfield Library	3.500	2.700
Namsam *Library*	4.000	4.800
Jumlah	7.500	7.500

Dalam waktu 2 bulan terakhir terdapat peubahan pada kunjungan *library* yang dilakukan oleh mahasiswa SNU, Untuk lebih jelasnya, lihat tabel dibawah ini:

Bulan 1	Bulan 2		Jumlah
	Starfield Library	Namsam *Library*	
Starfield Library	500	3.000	3.500
Namsam *Library*	2.200	1.800	4.000
Jumlah	2.700	4.800	7.500

Ditanya:

a. Buatlah probabilitas transisi dan *tree*!
b. Tentukan probabilitas bulan ke-3 Namsam *Library*, jika pada bulan ke-1 *Starfield Library*
c. Tentukan probabilitas bulan ke-3 Namsam *Library*, jika pada bulan ke-1 Namsam *Public Library*!
d. Tentukan probabilitas bulan ke-3 *Starfield Library*, jika pada bulan ke-1 *Starfield Library*!
e. Tentukan probabilitas bulan ke-3 *Starfield Library*, jika pada bulan ke-1 Namsam *Library*!
f. Tentukan probabilitas pada kondisi *steady state*!

3. Restoran Mie Gacoan telah berdiri sejak 3 tahun yang lalu. Sang Pemilik Restoran ingin mengetahui makanan apa saja yang paling banyak dibeli. Untuk itu, ia memperoleh data makanan mana yang sering dibeli oleh pelanggan. Berikut tabelnya:

Keterangan	Tahun 1	Tahun 2
Gacoan	3.300	2.700
Hompimpa	1.200	1.800
Jumlah	4.500	4.500

Dalam waktu 2 tahun terakhir terdapat perubahan pembelian pada Restorannya. Untuk data lebih jelasnya, lihat tabel dibawah ini:

Tahun 1	Tahun 2		Jumlah
	Gacoan	Hompimpa	
Gacoan	2.000	1.300	3.300
Hompimpa	700	500	1.200
Jumlah	2.700	1.800	4.500

Ditanya:

a. Buatlah probabilitas transisi dan *tree*!
b. Tentukan probabilitas bulan ke-3 Gacoan, jika pada bulan ke-1 Hompimpa!
c. Tentukan probabilitas bulan ke-3 Hompimpa, jika pada bulan ke-1 Hompimpa!
d. Tentukan probabilitas bulan ke-3 Gacoan, jika pada bulan ke-1 Gacoan!
e. Tentukan probabilitas bulan ke-3 Hompimpa, jika pada bulan ke-1 Gacoan!
f. Tentukan probabilitas pada kondisi *steady state*!

Pada Bab 1, kita akan membahas mengenai TEORI ANTRIAN. TEORI ANTRIAN adalah teori-teori yang menyangkut studi matematis dari barisan atau barisan pengguna. Antrian ini terjadi apabila kebutuhan akan suatu pelayanan melebihi kapasitas yang tersedia untuk menyelenggarakan suatu pelayanan. Lalu pada Bab 2, kita akan membahas PROGRAM EVALUATION REVIEW TECHNIQUE atau yang biasa disebur PERT. PERT menjelaskan tentang pembuatan network yang berisi tentang pemahaman komponen-komponen, analisanetwork dan hal yang perlu diperhatikan dalam analisa network, serta distribusi probabilitas beta sehingga dapat melakukan penjadwalan setiap kegiatan-kegiatan.

Kemudian pada Bab 3, kita akan membahas tentang TEORI ANTRIAN DALAM PRAKTEK. Bab 3 ini merupakan lanjutan dari Bab 1, dalam Bab 3 ini membahas tentang Antrian yang menjelaskan tentang tujuan dasar model antrian, elemen-elemen pokok dalam antrian, macam-macam struktur antrian serta asumsi-asumsi yang digunakan dalam mengunakan teori antrian khususnya asumsi yang digunakan dalam model antrian jenis multi channel single phase. Selanjutnya pada Bab 4, kita akan membahas tentang ANALISIS MARKOV. ANALISIS MARKOV ini diartikan sebagai suatu teknik ataupun metode matematika untuk meramalkan perubahan pada variabel-variabel tertentu berdasarkan pengetahuan dari perubahan sebelumnya.

Dalam Modul Riset Operasional 2 ini akan dijelaskan bagaimana cara melakukan penyelesaian kasus yang dapat diselesaikan menggunakan software. Software yang digunakan dalam modul ini adalah WINQSB